DE PIJL VAN ZENO

Een verhaal over de geschiedenis
van de statistiek

door Ton Oosterhuis

A.OOSTERHUIS
Villa Maja app. 11
Rijsdijk 8
3161 HN RHOON

Opgedragen aan mijn vrienden en collega's
van Research International Nederland

Fout! Verwijzingsbron niet gevonden.

DE PIJL VAN ZENO

In hun tijd, de vijfde eeuw voor Christus, waren ze beroemd, de wijsgeren in de Griekse stad Elea. Nu, zoveel tientallen eeuwen later, kennen we alleen nog de paradoxen van Zeno. Men is ze blijven navertellen als amusante staaltjes van tot het absurde doorgevoerde logische redenaties. Toch zijn ze niet slechts vermakelijk, maar ook diepzinnig en waar, ver-reikend en verrijkend.

De eerste paradox ging over Achilles en de schildpad en luidt: Achilles kan de schildpad, die een kleine voorsprong heeft, nooit inhalen. Telkens als hij zijn achterstand heeft overbrugd, heeft de schildpad weer enige vordering gemaakt. En als hij die afstand heeft ingelopen, heeft de schildpad toch weer...
De geschiedschrijver is als Achilles. Telkens als hij de tijd heeft beschreven en met zijn woorden heeft ingehaald, heeft die tijd al weer een paar passen in de toekomst gezet. En als hij die in zijn geschiedverhaal heeft verwerkt, is er intussen toch...
Natuurlijk kan Achilles tenslotte met één grote pas over de schildpad heenstappen. Maar een geschiedschrijver kan dat niet. Nooit zal hij de tijdgrens met een koene sprong kunnen overschrijden, om terug te kijken op een voltooid verleden. Wat hij beschrijft kan de actualiteit van het heden dicht benaderen, maar nooit aanraken. Dat geldt ook voor wie de geschiedenis van de statistiek op papier zet. Op het moment dat hij de laatste punt achter de laatste zin plaatst, kan ergens in een werkkamer een statisticus wezenlijk nieuwe ontwikkelingen hebben aangeboord. Die zullen pas later in de boeken worden opgenomen. En als dat is gebeurd, dan zullen...

De tweede paradox van Zeno zegt: de pijl hangt bewegingloos in de lucht. Want een afgeschoten, voortvliegende pijl, wanneer men hem op een ondeelbaar ogenblik gedurende zijn vlucht beschouwt, bevindt zich in rust ten opzichte van zijn omgeving. Maar wat voor een enkel moment geldt, is ook waar voor de gehele baan. Beweging is ondenkbaar.
Opnieuw stelt de eenvoudige waarneming Zeno in het ongelijk. Maar de geschiedschrijver van de statistiek weet dat zijn onderwerp zich op ieder moment van de tijd in de rust van een schijnbare voltooiing bevond. Hier zijn wij; dit zijn ons problemen; en dit is ons statistisch instrument dat wij gaan toepassen. Zo was het met Pascal in de zeventiende eeuw, met Laplace in de achttiende, met Galton in de negentiende en met onze tijdgenoten in de twintigste eeuw. Op ieder moment was er 'de' statistiek, in schijnbare stilstand, voltooid en beschikbaar.
Vanuit dat perspectief moet men dit geschiedverhaal opvatten. Zonder neer te zien op het 'primitieve gedoe' van vroeger eeuwen, maar aanvaardend dat de pijl van Zeno eeuwig in rust is. Dat hij de statisticus altijd met de beperkingen van zijn tijd laat werken aan de problemen van zijn tijd. Alles verandert en alles blijft hetzelfde.

De paradoxen van Zeno zijn simpele waarheden die opvoeden tot bescheidenheid.

Hoofdstuk 1 : De eerste elementen van de statistiek:Hoofdstuk 1 : De eerste elementen van de statistiek:
getallen en cijfers, tabellen en grafieken

De moderne statistiek is een betrekkelijk jonge wetenschap, maar toch heeft ze zich vrijwel onmisbaar gemaakt in alle takken van het wetenschappelijk bedrijf. Het begon ooit in de wereld van de sterrenkundigen, het waaierde uit naar de demografie, de economie en de politiek en het vond zijn definitieve bestemming bij biologen en psychologen. Maar met de komst van de computer en diens handigheid in het rekenen en tekenen, ontwikkelde de bloei zich vrijwel onbeperkt. Hoewel nog altijd veel mensen zeggen een hekel aan cijfers te hebben, is er geen student meer die zonder de statistische hulpwetenschap uit de voeten kan, of hij of zij nu medicijnen of fysica, vliegtuigbouw of tuinbouw, sterrenkunde of letterkunde, geschiedenis of economie, sociologie of psychologie studeert. Voor allen die direct of zijdelings met de statistiek te maken hebben - en dat laatste gaat zelfs op voor elke willekeurige krantenlezer -volgt dit boek de ontwikkelingsgang van dit mooie maar soms moeilijke vak van zijn eerste oorsprongen tot en met zijn meest recente toepassingen. Het beoogt daarbij het verhaal zó te vertellen dat men kan meebeleven met welke problemen onze voorgangers worstelden en hoe zij, op zoek naar een oplossing, de statistische methoden steeds uitbreidden en verbeterden. Dat men daardoor tevens als 't ware wordt ingeleid in het vak, kan voor velen wellicht een aangename bijkomstigheid zijn, temeer omdat dit historische verhaal zo weinig mogelijk met wiskundige formules zal worden opgesierd. Daarvoor zijn er genoeg statistische handboeken. Niet de formules zijn het belangrijkste maar de denkwereld waaruit ze voortkomen. Uit ervaring weet ik dat velen, die eerst nog bijzonder huiverig stonden tegenover dit 'moeilijke' vak, langs deze weg allengs begrip voor de meest ingewikkelde methoden konden verwerven.
De geschiedenis van de statistiek, die in de volgende hoofdstukken wordt beschreven, leidt steeds langs het drietal:

* de mens die werkzaam is in een bepaalde cultuur en omgeving;
* de problemen die vanuit die werkomgeving op hem afkomen;
* de statistische oplossingen die voor die problemen worden gevonden.

Mensen, problemen en statistische oplossingen, deze triptiek waarvan de elementen steeds wijzigen, loopt als een rode draad door het verhaal.
Wat de mensen betreft zal blijken dat de meeste bijdragen aan de ontwikkeling van de statistiek komen van veelzijdige talenten die op vele terreinen van kunst en wetenschap actief waren. We zullen die veelzijdigheid steeds in korte biografische notities even belichten. Blijkbaar had de statistiek deze mensen nodig omdat zij onverwachte verbindingen konden leggen en daardoor blootlegden dat dit vak uiteindelijk aan alle takken van de wetenschap dienstbaar kon zijn.
Hun problemen waren steeds typisch aan hun tijd gebonden. Daardoor houdt de groei van de statistiek ook als 't ware gelijke tred met de algemene culturele en maatschappelijke ontwikkeling van de afgelopen eeuwen, met name in Europa. De uitwerking van die problemen in de voorbeelden laat zien wat de gemoederen bezighield en het vak stimuleerde.
Door het volgen van deze aspecten in de tijd wordt dit verhaal evenzeer een geschiedenisboek als een statistiekboek.

Statistiek kunnen we beschrijven als het zodanig vastleggen van de werkelijkheid in cijfers dat daaruit leerrijke conclusies kunnen worden getrokken. Deze bezigheid vindt zijn oorsprong bij de kooplieden en werd nagevolgd door de overheden. Reeds bij het begin van de beschaving werden de rijkdommen van koningen en tempels geteld. De uitvinding van het schrift bij de Babyloniërs en de Egyptenaren was meteen ook de uitvinding van een manier om getallen op te schrijven. Nog voor Griekenlands oudste schrift, het zgn lineair B, was ontcijferd had men uit de regelmatige terugkeer van streepjes en cirkeltjes geconstateerd dat op de bewaarde kleitabletten voorraden waren geregistreerd. Eenheden waren verticale streepjes, tientallen horizontale streepjes, honderdtallen cirkeltjes, duizendtallen cirkels met stralen, tienduizenden cirkels met stralen plus een dwarsstreep. Een teken voor de nul ontbrak. Men schreef oo--||| voor 223 of ooo|| voor 302. Eenzelfde systeem dus als later de Romeinen met I,V,X,L,C enzovoorts gebruikten, waarbij 1878 werd geschreven als MDCCCLXXVIII.

Hoe merkwaardig dat ook moge klinken, in de oudheid en de middeleeuwen kende men in Europa onze moderne cijfers nog niet. De Grieken en Romeinen gebruikten letters als cijfers en rekenden met een telraam of abacus. Men kan misschien stellen dat zonder cijfers ook statistiek kan worden bedreven. Immers, de Inca's in Peru kenden in de tijd vóór Columbus het schrift niet, maar hielden wel uitgebreide overzichten bij met de zgn. quipu's, koorden van gekleurd katoen of wol met knopen erin. De kleuren benoemden de categorie, de knopen het aantal. Die knopen vormden groepjes van 1 tot 9 knopen. Een groep van drie knopen, dan een kleine afstand, dan negen knopen, weer een kleine afstand, dan vier knopen, beeldde het cijfer 394 uit. Het kan dus ook anders, maar een pennestreek is toch handzamer.

Fibonacci en de uitvinding van de nulFibonacci en de uitvinding van de nul

In de middeleeuwen hadden de Arabieren de cijfers inmiddels wel uit India overgenomen waarbij (net als in de quipu) de plaats van het cijfer in het getal aangeeft of het met 1, 10, 100 enzovoorts moet worden vermenigvuldigd. *Mohammed Ibn Ahmad* stelde in zijn 'Sleutel tot de Wetenschappen' (976) voor om, als er geen getal naast de tientallen stond, een cirkeltje te gebruiken om 'de volgorde te bewaren'. Dit cirkeltje, waar onze nul van afstamt, werd aangeduid met het Arabische woord 'sjifr' dat 'leeg' betekent. De uitvinding van de nul heeft men wel de belangrijkste verworvenheid van de menselijke cultuur genoemd. De cijfers waren geboren, maar toch zou het nog eeuwen duren voor het Westen ze ging gebruiken.

Adelard van Bath (ca.1080-ca.1145), een Engelse monnik die vermomd als Mohammedaan de universiteit van Cordoba bezocht, introduceerde omstreeks 1120 de Hindoe-Arabische cijfers in het Westen met zijn boek "Liber Algoritmi De Numero Indorum". Het woord 'algoritme' vond zijn oorsprong in de naam van de beroemde Arabische wiskundige Mohammed ibn Moesa Al-Chwarizmi (ca. 825), wiens werk door Adelard werd vertaald.

Maar daarmee waren de cijfers in het Westen nog geen gemeengoed geworden. De feitelijke verspreiding ervan begon in Italië, waar bloeiende handel rijkdom bracht naar steden als Genua, Pisa, Venetië en Florence. Door hun handelsbetrekkingen stonden de Italiaanse burgers regelmatig in contact met de Islamitische beschaving. *Leonardo Fibonacci van Pisa*, zoon van een koopman die zich in Algiers had gevestigd, had daar van een Mohammedaanse leraar rekenen geleerd. Later reisde hij zelf als koopman naar de Arabische wereld en schreef hij een, in 1202 verschenen, handboek (Liber

Abaci) over het rekenen met het Hindoe-Arabische getallensysteem. In 1225 verscheen hij aan het hof van keizer Frederik II in Palermo, in die tijd het centrum van het nieuwe denken, waar - tot groot ongenoegen van de paus - de Arabische wetenschap zich vrij kon ontwikkelen. De Arabische cijfers moeten daar al bekend zijn geweest, want er is een Siciliaanse munt gevonden met het jaartal 1134. Fibonacci nam er deel aan een wiskundig toernooi, waaruit hij als overwinnaar tevoorschijn kwam.

> De naam van Fibonacci wordt nog altijd verbonden met de merkwaardige getallenreeks 1,1,2,3,5,8,13,21... waarbij elke term de som is van de twee voorafgaande. Het is het antwoord op het probleem van de konijnen: Hoeveel paren konijnen kunnen in één jaar uit een enkel paar worden gewonnen als elk paar iedere maand één nieuw paar voortbrengt, dat zichzelf in de daarop volgende maand op dezelfde wijze begint voort te planten (en er intussen geen enkel konijn sterft). Maar het bijzondere van de reeks strekt veel verder dan dit konijnenprobleem. Als men twee opvolgende termen op elkaar deelt ontstaat een getal dat, naarmate de getallen groter worden, steeds dichter de verhouding van 'de gulden snede' benadert (nl. 1,6180). Over de reeks van Fibonacci zou een boek te schrijven zijn en moderne onderzoekers hebben zijn getallen overal ontdekt, tot in de muziek van componisten als Bela Bartok.

Intussen werd het zoveel betere systeem met de cijfers 0 tot en met 9 niet onmiddellijk aanvaard. Omstreeks 1300 was het gebruik van deze cijfers in Florence nog verboden volgens de statuten van de 'Arte del Cambio'. Vervalsers zouden er minder moeite mee hebben dan met Romeinse cijfers en bovendien was het maar duivelskunst van ongelovigen. Maar op den duur bleek deze methode voor handel en wetenschap onmiskenbare voordelen te hebben, vooral toen de kooplieden secuurder gingen boekhouden. Het systeem van de dubbele boekhouding werd uitgevonden en ingevoerd. De eerste publicatie hierover dateert uit 1340 en is van de Genuees Marsari.De eerste gedrukte cursus in het rekenen met de nieuwe cijfers werd in 1478 gedrukt in Treviso, Venetië. Van nog meer invloed was 'Summa de Arithmetica', verschenen in 1494 en geschreven door de Franciscaan *Luca Pacioli*. Het boek bevat o.a. als hulpmiddel bij het rekenen een schema met de tafels van vermenigvuldiging. Dit was uiteraard nog geen statistiek, maar het schiep wel een van de voorwaarden daartoe. Middeleeuwse rekeningen werden opgesteld zoals ijverige huisvrouwen nu nog wel hun huishoudboekje bijhouden. Het plaatsen van cijfers in kolommen betekende in feite een eerste stap naar het begrip 'tabellen'. Het rekenschema van Pacioli is ook teruggevonden in de aantekeningen van Leonardo da Vinci, die met de Franciscaan bevriend was en prachtige illustraties vervaardigde voor diens verhandeling over de gulden snede: 'Divina Proportione', verschenen in 1509. Leonardo da Vinci (1452-1519) begon zelf zijn eigen boek 'Trattato della pittura' met de woorden 'laat niemand die geen wiskundige is mijn werken lezen...schilderkunst is een wetenschap die als alle wetenschappen op de wiskunde gebaseerd moet zijn'. De cijfers waren ontdekt en begonnen hun triomftocht door het land van de wetenschappen.

Het ontstaan van tabellen en grafiekenHet ontstaan van tabellen en grafieken

In zijn boek 'De cultuur der Renaissance in Italië' schrijft Jacob Burckhardt: "Venetië zou er wel aanspraak op kunnen maken de geboorteplaats te zijn van de moderne statistiek, naast Florence en op de tweede plaats de meer ontwikkelde Italiaanse

vorstendommen. De middeleeuwse leenstaat levert hoogstens overzichten en tabellen op van vorstelijke rechten en inkomstenbronnen; hij vat de produktie op als een vaste grootheid, wat ze bij benadering ook is zolang het in wezen gaat om grond en bodem...Pas in de Italiaanse staten verbinden zich de consequenties van een volledige politieke bewustwording, het voorbeeld van mohammedaanse administratie en een oeroude, sterke drijfkracht van de produktie en de handel zelf, om de grondslag te leggen tot een werkelijke statistiek."
Achteraf bezien was Burckhardt misschien wat te haastig met zijn conclusie dat hier al sprake was van moderne statistiek. Het was eerder het begin van de moderne 'boekhouding van de staat'.

Simon Stevin (1548-1620), een wiskundige uit Brugge die de zeilwagen uitvond en voor het eerst de tiendelige breuken bepleitte, schreef over de 'Vorstelicke Boeckhouding' in de vorm van een samenspraak tussen prins Maurits en hemzelf. Hij maakt daarin onderscheid tussen de manier waarop rentmeesters hun rekeningen bijhouden en de manier waarop kooplieden dat doen. De laatste, zegt hij, is beter en duidelijker. Maar waarom gebruiken we die dan niet? is de logische vraag van de prins en hij toont zich begerig alles over die Italiaanse manier van boekhouden te willen leren.
Naast de tabellen wordt een tweede onmisbare bouwsteen voor de statistiek gevormd door de grafieken. De man die hiervoor verantwoordelijk was, komen we reeds tegen in de periode die Huizinga het 'Herfsttij der Middeleeuwen' noemde, hoewel hij meer de 'lente van een nieuwe tijd' vertegenwoordigde. In Frankrijk regeerde toen

koning Karel de Wijze. Deze vorst beschikte niet alleen over een uitgebreide bibliotheek in het Louvre, maar gaf ook de geleerde *Nicolas Oresme (1323-1382)* de opdracht een van zijn boeken uit het Latijn in het Frans te vertalen. Daarmee verscheen een van de eerste wetenschappelijke werken in een volkstaal. De moeilijkheden, verbonden aan het feit dat deze taal nog niet geschikt was voor de weergave van wetenschappelijke gedachten, wist hij te overwinnen door het scheppen van een groot aantal nieuwe woorden en uitdrukkingen. Hij legde zodoende de grondslag voor de ontwikkeling van de Franse taal tot die helderheid en bondigheid die haar eigen is geworden[1].
Oresme was een man van moderne opvattingen. Een van zijn boeken begon met de zin "De aarde is rond gelijk een bal". De kerkleer volgens welke de hemel dagelijks om de aarde draait, trok hij in twijfel; aannemelijker vond hij dat de aarde om haar as draait. Voorts is hij bekend gebleven als een overtuigde strijder tegen het bijgeloof van de astrologie. Maar voor de statistiek interesseert ons vooral zijn 'Verhandeling over de breedte der vormen'. Het houdt zich bezig met het begrip 'functie' en met de grafische voorstelling daarvan. Hij stelt daarin dat op natuurverschijnselen de mathematische methode kan worden toegepast en dat men het verloop der veranderingen grafisch kan voorstellen. Temperatuursveranderingen bijvoorbeeld kunnen worden begrepen met behulp van een tekening, waarin als lengte de tijd en als breedte de betreffende temperatuur wordt genomen. Er ontstaat dan een kromme, die iedereen wel kent als de koortskromme. Oresme bestudeerde tal van krommen en schiep aldus een methode waar de statistiek tot vandaag de dag dankbaar gebruik van maakt.

'Telt het volk, opdat ik het getal van het volk wete''Telt het volk, opdat ik het getal van het volk wete'

Maar naast denkbeelden over de ordening en afbeelding van cijfers in tabellen en grafieken, moesten er natuurlijk allereerst voldoende gegevens zijn om te analyseren.
Voor statistiek zijn nu eenmaal gegevens nodig. Dat was op zichzelf niets nieuws. Koningen wilden altijd al van alles en nog wat weten over hun onderdanen. De beroemde volkstelling van keizer Augustus die Jozef en Maria dwong terug te keren naar Betlehem, was er slechts één uit een lange reeks. Volgens Romeinse bronnen vond hun eerste volkstelling in 432 v.Chr. plaats in een daartoe van stadswege opgericht gebouw op het veld van Mars. Nadat de 'census' had plaatsgevonden reinigden de ambtenaren zich met een plechtig offer aan de goden. Want die nieuwsgierigheid naar het privé-leven van de burgers stond toch eigenlijk een beetje in een kwade reuk.
Die opvatting leefde ook in de christelijke wereld. Het Oude Testament waarschuwde immers ondubbelzinnig tegen deze praktijken: toen koning David een volkstelling had laten houden, werd zijn volk door de Heer op afschuwelijke wijze gestraft met een pestepidemie die zeventigduizend levens eiste.

Complete volkstellingen waren dus uit den boze. Toch werden voor belastingdoeleinden wel gegevens verzameld, maar die betroffen meer goederen dan mensen. Karel de Grote organiseerde een gedetailleerde beschrijving van de kerkelijke landerijen in 762, Willem de Veroveraar telde de omvang van zijn verovering in 1086 in het Domesday Book. Omstreeks 1300 werd voor de belastingen in Parijs een telling gehouden per straat. Engeland kende tellingen van de douane bij de haven van Londen sinds de regering van Edward III (1312-1377). Maar wat men met die gegevens deed, was eigenlijk alleen het tellen van de rijkdom. In Frankrijk probeerde minister *Sully (1560-*

1641) de berichten van de intendanten van de belastingen voor ambtelijke doeleinden te gebruiken. Sedert 1626 verschenen in Leiden statistische beschrijvingen in de 'Respublicae Elsevirianae'.

Het bijbelse verzet tegen algemene volkstellingen veroorzaakte in het Engelse Lagerhuis nog in 1753 de afwijzing van plannen daartoe. Men vreesde dat het tellen van mensen een grote ramp of epidemie over het land zou brengen. Het duurde tot 1801 voor dit land zijn eerste officiële volkstelling kreeg.
Behalve optellen deed men aanvankelijk weinig met al die cijfers. Voorzover van de historische volkstellingen gegevens bewaard bleven, zijn het ongeordende lange lijsten, vergelijkbaar met de doopregisters van kerkgenootschappen die zo'n dankbare bron vormen voor napluizers van stambomen. Bovendien hanteerde men veelal beperkende richtlijnen die de informatie-waarde niet ten goede kwamen. Anno 1790 vond in de Verenigde Staten van Amerika de eerste volkstelling plaats. Deze werd sindsdien elke tien jaar herhaald. Men deelde die eerste keer de totale bevolking op de volgende wijze in: a) alle mensen naar slaven en vrije burgers, b) de vrije burgers naar blanken en anderen, c) de vrije blanken naar mannen en vrouwen, d) de vrije blanken mannen naar leeftijd (onder en boven 16 jaar). Het zegt iets over de visie van de tellers op hun samenleving, maar het leverde nauwelijks bruikbare overzichten op.

Moderne historici duiken met graagte in de archieven van het verleden om die ordeloze lijsten met gegevens op te diepen. Gewapend met de technieken van de hedendaagse statistiek construeren zij tabellen, analyseren ontwikkelingen en samenhangen op een wijze die de tijdgenoten van destijds in hoge mate zou hebben verbaasd. Maar tussen toen en nu was er dan ook een hulpwetenschap opgebouwd op de grondslagen van de kansrekening en de beschrijvende statistiek.

Hoofdstuk 2 : Een speels begin.Hoofdstuk 2 : Een speels begin.
Het dobbelspel geeft de aanzet tot de kansrekening.

Statistiek begint met het verzamelen en ordenen van gegevens. Maar voor het trekken van betrouwbare conclusies uit dat materiaal heeft men technieken nodig die gebaseerd zijn op de kansrekening. Het had een speels begin.

Dobbelen is al zo oud als de mensheid. Dobbelstenen, die als twee druppels water op de onze lijken, zijn gevonden bij opgravingen in het oude Egypte, in het klassieke Griekenland en in het Verre Oosten. Bij de Romeinen was ook een wat afwijkend model zeer populair, maar in het algemeen waren het de bekende kubusjes, vervaardigd van ivoor, been, terracotta of metaal, en de zijkanten voorzien van één tot zes punten.

Volgens Sophocles werd het dobbelspel uitgevonden door de Griek Palamedes die het zijn landgenoten leerde tijdens het jarenlange beleg van Troje. Herodotus vertelt dat de Lydirs het spel bedachten tijdens een hongersnood: om de dag werd met hartstocht gespeeld om niet aan eten te hoeven denken. Tijdverdrijf en afleiding stonden dus aan de wieg van het dobbelspel. Maar het was een ernstige zaak en er konden grote belangen mee gemoeid zijn. Het zal wel zijn redenen hebben gehad dat dobbelen op sommige plaatsen was verboden en dat er in Florence hoge straffen stonden op het bezit van dobbelstenen.

Er zijn rekeningen bewaard gebleven van een pelgrimsreis die graaf Willem IV van Holland en Henegouwen in 1343 maakte naar het Heilige Land. Op de galei noteert de klerk die de penningen beheert, regelmatig zinnetjes als: 'myn here te dobbelghelde ghegheven', 'Jan den Smeeder weder-ghegheven die hi myn here gheleent hadde op tscip te dobbelen'. En later weer: 'heren Galeaz weder-ghegheven die hi myn here gheleent hadde in Syrien te dobbelen jeghens eenen coopman'. Bij hun terugkeer in Venetië zit de graaf dagen achtereen te dobbelen en de klerk noteert braaf de winsten en verliezen en als een van de dienaren wordt beroofd krijgt hij zijn verlies vergoed uit het geld dat 'myn heer met dobbelen ghewonnen hadde'.

Even oud en even onuitroeibaar was het geloof dat de uitkomsten van het spel worden bestierd door de goden. Zelfs al zijn die oude goden sinds eeuwen afgezworen, we blijven zeggen: "Het lot is je gunstig gezind" wanneer iemand voortdurend wint. En nog steeds zijn er mensen die een munststuk opgooien om kruis of munt te laten uitmaken wat moet worden gedaan of nagelaten.

Huizinga meende: "De dobbelspelen zelf zijn merkwaardige cultuurobjecten, maar men moet ze niettemin voor de cultuur zelve steriel noemen. Zij baren geen nieuwe winsten voor den geest of voor het leven"[2]. Dat mag zo zijn, maar toch staat ditzelfde kansspel aan de wieg van een tak van wetenschap die er juist op uit is de wetten van het toeval te doorgronden, de onzekerheid meetbaar te maken en de werking van het lot te beheersen. De eerste pogingen van die wetenschap zien we opduiken in de tijd waarin de geleerden ook proberen de wetten van het heelal te begrijpen. Dat is niet verwonderlijk want de eigenlijke drijfveer achter al die pogingen was de wens om de wetten van God en de natuur te doorgronden.

Toen in 1453 Constantinopel in Turkse handen viel, vluchtten de geleerden met hun boeken naar het Westen en begon de Renaissance. De kunsten en wetenschappen van de antieke beschaving werden herontdekt en maakten een stormachtige ontwikkeling door. Het wereldbeeld werd gewijzigd en over de bolronde aarde ging *Columbus (1451-*

1506) op zoek naar Indië om Amerika te ontdekken. *Copernicus (1473-1543)* onthulde de oneindigheid van het heelal en plaatste de zon in het centrum van ons planetenstelsel. Er was waarlijk een nieuwe tijd begonnen: uit de twaalfde eeuw kennen we slechts 12 uitvindingen, maar in de zestiende eeuw was dit aantal gestegen tot 429. Met het kompas kon men open zeeën gaan bevaren, met het roer kon gelaveerd worden, met het buskruit kon men de wereld aan zich onderwerpen en de boekdrukkunst zorgde voor een snelle verspreiding van nieuwe ideeën. Beschaafde mannen en vrouwen, met het levendige besef in een nieuwe tijd te leven, waren liefst zo veelzijdig mogelijk en debatteerden en schreven naar hartelust over de meest uiteenlopende onderwerpen. Met name de sterrenkunde, veelal nog vermomd als astrologie, had ieders belangstelling en zou belangrijke bijdragen gaan leveren aan de ontwikkeling van de wiskunde. Maar daarnaast werd er nog steeds gedobbeld.

In de Italiaanse steden, met name in Venetië, kwam het loterijwezen voor het eerst tot bloei en dat betekende een eerste aanzet tot de ontwikkeling van de kansrekening, evenals het dobbelspel dat door edelen en burgers hartstochtelijk werd beoefend.
De beroemde arts en astroloog *Gerolimo Cardano (1501-1576)*, die zelf graag gokte, schreef een "Boekje over het dobbelspel" (Liber de ludo aleae). Overigens is Cardano vooral bekend gebleven door een opzienbarende ruzie met collega Tartaglia over de voortijdige publicatie van diens ontdekkingen en door de uitvinding van de naar hem genoemde cardan-ophanging met twee draaiingsassen. Deze was wellicht gebaseerd op zijn anatomische kennis van knie- en ellebooggewrichten. Zijn beroemdste boek 'De Subtilitate Rerum' was van een futurologisch gehalte. Het bevat aanwijzingen voor een methode om blinden te leren lezen en schrijven middels het gevoel en het spreekt over een gebarentaal voor de doven.

> Wie met een eerlijke dobbelsteen werpt weet dat elk van de zes mogelijke uitkomsten eenzelfde kans heeft voor te komen. We noemen dit een rechthoekige verdeling: elke uitkomst heeft een kans van 1/6 (het totaal van de kansen = 1).
> Cardano werkte de verdeling van de mogelijke uitkomsten met twee dobbelstenen uit. Dit blijkt een driehoekige verdeling op te leveren:

Uitkomst:	Wordt verkregen met:	Aantal mogelijkheden
2	1+1	1
3	1+2,2+1	2
4	2+2,1+3,3+1	3
5	1+4,4+1,2+3,3+2	4
6	1+5,5+1,2+4,4+2,3+3	5
7	1+6,6+1,2+5,5+2,3+4,4+3	6
8	2+6,6+2,3+5,5+3,4+4	5
9	3+6,6+3,4+5,5+4	4
10	4+6,6+4,5+5	3
11	5+6,6+5	2
12	6+6	1

Totaal aantal mogelijkheden		36

In totaal dus 6^2=36 mogelijkheden, die elk een kans van 1/36 hebben. Hieruit kan bijvoorbeeld worden berekend hoe groot de kans is dat de uitkomst van een worp met twee dobbelstenen kleiner dan 6 is. (Antwoord: 10/36).

Galileo Galilei (1564-1642) werd vooral bekend omdat hij wegens zijn opvattingen over ons zonnestelsel met de kerkelijke autoriteiten in conflict kwam. Hij schreef echter ook, als antwoord op de vraag van een dobbelaar, "Over de worpen van de dobbelstenen" (Sulle scoperte dei dadi), een werk waarin voor het eerst een definitie van het begrip 'waarschijnlijkheid' voorkwam.

In de zeventiende eeuw maakte de wiskunde in Frankrijk een bloeiperiode door. Allerlei problemen, die reeds in de Oudheid waren geformuleerd, bijvoorbeeld door *Diofantos (ca 250)*, werden geestdriftig aangepakt. Er waren nog geen wetenschappelijke tijdschriften of geleerde Academies, dus men debatteerde en correspondeerde erover in de vriendenkring. Parijs kende zo'n vriendenkring, waarvan pater *Marin Mersenne (1588-1648)* in zijn klooster aan de Place des Vosges het middelpunt vormde. Deze geleerde monnik onderhield

een uitgebreide briefwisseling, o.a. met Descartes. Toen de Engelse wijsgeer Thomas Hobbes (1588-1679) Parijs bezocht was hij herhaaldelijk in de vriendenkring aanwezig.
Tot de correspondenten van de minderbroeder behoorden ook de beroemde Franse wiskundigen *Pierre Fermat (1601-1665)* en *Blaise Pascal (1623-1662)*. Blaise Pascal was veertien jaar toen hij tot de wekelijkse bijeenkomsten bij de pater werd toegelaten. In hun levendige vriendenkring, waarin allerlei nieuwe thema's van religie en wetenschap uitvoerig werden besproken, bevonden zich ook hartstochtelijke spelers, zoals Antoine Gombauld, Chevalier de Méré. Deze legde in 1654 de problemen, die hem bij het dobbelspel hadden getroffen, voor aan zijn vriend Pascal.

> Sinds Cardano wisten de dobbelaars wel iets van kansrekening af. Zo wist de edelman hoe groot de kans op tenminste één zes was na vier worpen met een eerlijke dobbelsteen. De kans op een zes is 1/6, de kans op geen zes is dus 5/6. In vier worpen is de kans dat geen zes wordt verkregen dus (5/6) tot de vierde macht en de kans op wel een zes derhalve $1 - (5/6)^4 = 0{,}518$. Hij meende dat wanneer met twee dobbelstenen wordt gegooid, men in plaats van vier een totaal van 6 x 4 = 24 worpen nodig had. Maar de ervaring had hem geleerd dat de kans op tenminste éé_ dubbel-zes dan kleiner was. Hoe kon dat?
> Zijn wiskundige vrienden rekenden het hem voor. De gevraagde kans bedraagt $1 - (35/36)^{24} = 0{,}4904$. Het scheelt niet veel maar het is inderdaad een kleinere kans.

Pascal begon hierover met Fermat te corresponderen (1654), waarbij ze de problemen voor de edelman oplosten met behulp van de kansrekening. Pascal legde in 1654 een en ander vast in zijn 'Triangle Arithmétique' dat na zijn dood in 1664 verscheen en dat gestalte gaf aan de beroemde Driehoek van Pascal.

De Driehoek van Pascal geeft de coëfficienten bij de uitwerking van $(a+b)^n$:

$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

$(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$

$(a+b)^4 = a^4 + 4a^3b + 6a^2b^2 + 4\ ab^3 + b^4$

Aantal worpen:	DRIEHOEK VAN PASCAL
1	1 1
2	1 2 1
3	1 3 3 1
4	1 4 6 4 1
5	1 5 10 10 5 1
6	1 6 15 20 15 6 1
7	1 7 21 35 35 21 7 1
8	1 8 28 56 70 56 28 8 1
9	1 9 36 84 126 126 84 36 9 1
10	1 10 45 120 210 252 210 120 45 10 1

Elke nieuwe regel wordt verkregen door, na de 1, de cijfers daarboven in paren op te tellen en weer te eindigen met een 1.

Als we in plaats van dobbelstenen een eerlijke munt gebruiken zijn er twee mogelijke uitkomsten, elk met een kans van ½. Gooien we bijvoorbeeld tien keer, dan is de kansverdeling af te lezen uit de Driehoek van Pascal.

Het totale aantal mogelijkheden bij het werpen met een munt is 2^n, waarbij n = aantal worpen. Bij tien worpen dus 1024 mogelijke uitkomsten, elk met een kans van 1/1024. De verdeling wordt berekend uit $(p+q)^n$, waarbij n=10. De uitkomst is alsvolgt:

$$p^{10} + 10p^9q + 45p^8q^2 + 120p^7q^3 + 210p^6q^4 + 252p^5q^5 + 210p^4q^6 + 120p^3q^7 + 45p^2q^8 + 10p^9q + q^{10}$$

Deze was overigens enige eeuwen eerder al voorgekomen bij de Chinese wiskundigen uit de Soeng-periode. De oudste afbeelding vinden we in een boek van Choe Chioe-Shao van 1303. In 1544 publiceerde de Lutherse predikant Michael Stifel over deze driehoek en ook de Arabische wiskundigen waren er bekend mee. De Italianen spreken hardnekkig over de driehoek van Tartaglia, omdat deze vijand van Cardano er in 1556 reeds over had geschreven.

Later trok Pascal zich enigszins terug uit deze kring om zich meer te wijden aan godsdienstige bespiegelingen. Hij was een overtuigde Jansenist en dit heeft geleid tot de uitspraak van Poisson: "Een vraag over kansspelen, gesteld door een man van de wereld aan een ernstige Jansenist, is het begin geweest van de waarschijnlijkheidsrekening"[3].

Korte tijd later arriveerde in Parijs de Hollander *Christiaen Huygens (1629-1695)*, die in genoemde vriendenkring van harte werd verwelkomd. Hij had immers, dank zij een mengeling van wetenschappelijke allure en technisch vernuft (hij vond later het slingeruurwerk uit), betere lenzen voor zijn telescoop geslepen en had daarmee nieuwe ontdekkingen in het hemelruim gedaan, o.a. over een nieuwe maan en de ring van Saturnus. Dit nieuws werd enthousiast ontvangen en zijn Franse vrienden drongen er bij Huygens op aan niet te talmen met de openbaarmaking van deze nieuwe gegevens.

Christiaen Huygens was een telg uit een Hollandse regentenfamilie. Die regenten beschikten niet alleen over formidabele rijkdommen en grote politieke macht, maar zij schiepen ook in kunst en wetenschap een Gouden Eeuw. Christiaens vader, Constantijn Huygens (1596-1687), secretaris van prins Frederik Hendrik, stond bekend als een veelzijdig genie: begaafd musicus en componist, ontdekker van Rembrandt, en dichter van vele onsterflijke puntdichten, zoals:

Gij vraagt hoe ik zoveel gedichten heb geschreven
door al de bezigheid waar men mij steeds in zag?
Wil de mens niet altoos dat wat hij niet mag?
Had ik meer tijd gehad, ik had veel min bedreven.

Hij maakte reizen naar Italië en vele malen naar Engeland waar hij luit speelde voor de koning en kennismaakte met Francis Bacon (1561-1626), de grondlegger van de empirische wijsbegeerte. De moderne ideeën over opvoeding van 'Il Signor Padre', zoals zijn zoons hem meestal noemden, droegen ten zeerste bij aan de snelle ontwikkeling van zijn talentvolle zoon.
Op zijn beurt vernam Christiaen Huygens bij zijn bezoek aan Parijs ook iets nieuws: de verhalen over de eerste ontwikkelingen van de kansrekening door Fermat en Pascal. Hij luisterde aandachtig en schreef er thuisgekomen een beschouwing over: "Van Rekeningh in Spelen van Geluck". Deze verscheen als bijlage in een boek van zijn leermeester Frans van Schooten, zowel in het Latijn als in het Nederlands.[4] Het ging weliswaar slechts over spelletjes, maar Huygens merkte terecht op:
"Niettemin geloof ik dat bij een nadere beschouwing van dit soort dingen, de lezer spoedig zal inzien dat het niet slechts een kwestie is van eenvoudige spelletjes, maar dat de grondslag gelegd wordt voor belangwekkende en diepe gedachten".

Frankrijk bleef sindsdien zijn tweede vaderland. Toen Colbert daar eerste minister van Lodewijk XIV was geworden, stond Huygens mede aan de wieg van de 'Académie des Sciences'. In 1666 kreeg hij van de Franse koning een jaargeld aangeboden en een ruime woning in de Koninklijke Bibliotheek. Hij heeft er, met korte onderbrekingen, tot 1681 gewoond.

Huygens had in zijn boek veertien vraagstukken met hun oplossing gepresenteerd en bovendien nog vijf nieuwe problemen zonder oplossing beschreven. Twee daarvan behelsden het geblinddoekt kiezen van ballen uit een twaalftal waarvan acht zwart en vier wit waren. Daarmee introduceerde Huygens feitelijk het vaasmodel dat sindsdien een grote rol is gaan spelen in beschouwingen over de kansrekening. Men hoefde zich niet meer te beperken tot de mogelijke worpen met dobbelstenen of munten, maar iedere kans kon worden geconstrueerd met de verhouding tussen de twee soorten balletjes in de vaas.

Stel dat uit Huygens' vaas met acht zwarte en vier witte balletjes willekeurig drie balletjes worden getrokken, waarbij na elke trekking het balletje weer in de vaas wordt gedaan die opnieuw goed wordt geschud. De oorspronkelijke kansen willen we niet veranderen. We noemen dit 'trekking met teruglegging'. Dit experiment levert de volgende kansverdeling:

$p^3 + 3p^2q + 3pq^2 + q^3$
p = kans op zwart = 2/3 $\quad$ q = kans op wit = 1/3
Drie zwarte balletjes $\quad$ kans p^3 = 8/27
Twee zwarte + een witte $\quad$ kans $3p^2q$ = 12/27

Een zwarte + twee witte kans $3pq^2$ = 6/27
Drie witte balletjes kans q^3 = 1/27
Ook hier geldt weer dat het totaal van de kansen = 1, maar omdat p nu niet gelijk is aan q ontstaat een scheve verdeling.
Zouden we de balletjes niet hebben teruggelegd, dus een 'trekking zonder teruglegging' hebben verricht, dan wordt de zaak wat ingewikkelder. Immers, als een zwart balletje is getrokken, zijn er nog maar zeven zwarte balletjes op een totaal van elf over en de kans verandert van 8/12 in 7/11 voor zwart. (Na elke trekking teller voor de kleur -1, noemer voor het totale aantal balletjes -1). We krijgen nu:
Drie zwarte: kans 1 x 8/12 x 7/11 x 6/10 = 336/1320
2 zwart, 1 wit: kans 3 x 8/12 x 7/11 x 4/10 = 672/1320
1 zwart, 2 wit: kans 3 x 8/12 x 4/11 x 3/10 = 288/1320
Drie witte: kans 1 x 4/12 x 3/11 x 2/10 = 24/1320
Het totaal is weer 1.

Hoofdstuk 3 : Conclusies uit tabellenHoofdstuk 3 : Conclusies uit tabellen
Het begin van de echte moderne statistiek

Het was in Engeland, geboorteland van het empirische onderzoek, dat men voor het eerst op de gedachte kwam in de lijsten met gegevens, die door allerlei overheidsmaatregelen tot stand waren gekomen, enige ordening aan te brengen met het doel zekere wetmatigheden op te sporen.

Aan het begin van de zeventiende eeuw woonde en werkte in Engeland *Sir Francis Bacon (1561-1626)*. Na een glanzende politieke carrière, waarbij hij opklom tot de hoogste staatsambten, werd hij beschuldigd van corruptie en veroordeeld tot gevangenisstraf in de Tower van Londen. De koning verleende hem echter gratie en daarop trok hij zich terug om zich geheel te wijden aan zijn studie.
In zijn filosofisch werk legde deze staatsman de grondslag voor het empirisme. Dit behelsde een geheel nieuwe opvatting over de natuur en het doel van de menselijke kennis. Niet de contemplatie is het doel, maar de verovering van de natuur. Daarbij huldigde hij de opvatting dat kennis over de natuur wordt verkregen middels experimenten. Typerend daarvoor is de manier waarop hij aan zijn einde kwam: hij stierf tengevolge van een koude die hij had opgelopen bij een verkoelingsproef waarvoor hij een kip vol met sneeuw had gestopt.
Het spreekwoord "Kennis is macht" schijnt van hem afkomstig te zijn en velen wilden in die macht wel delen. De door Bacon bepleitte "vooruitgang van de wetenschap" vond veel weerklank en was tenslotte mede verantwoordelijk voor de oprichting van de Royal Society enige tientallen jaren na zijn dood.

Vele Engelse geleerden maakten deel uit van deze kring die zich na 1662 had gevormd en waarvan de volledige naam luidde 'Royal Society of London for Improving Natural Knowledge'. Belangrijk waren enerzijds de publicaties in de Philosophical Transactions of the Royal Society of London en anderzijds de intensieve onderlinge contacten op bijeenkomsten in Gresham College. Daar kwam men iedere woensdagmiddag om drie uur bijeen om te luisteren naar een inleiding maar vooral om getuige te zijn van een experiment dat de wetenschap weer een stapje vooruit zou helpen.
Tot de leden behoorden *Robert Boyle (1627-1691)*, de man van de Wet van Boyle (het produkt van gasdruk en volume is bij eenzelfde temperatuur constant) en *Christopher Wren (1632-1723)*, de architect van St Paul's kathedraal in Londen. Maar de beroemdste man in hun kring was ongetwijfeld het grootste talent van Engeland: *Isaac Newton (1642-1727)*. Geboren na de dood van zijn vader werd hij eerst gedwongen boerenwerk te doen op het bedrijf van zijn moeder, maar een oom liet hem studeren. Op 22-jarige leeftijd ontdekte hij het 'Binomium van Newton', waarvan hij in juni en oktober 1676 melding maakte in brieven aan Henry Oldenburgh, de secretaris van de Royal Society. Daarmee was de formule geboren die de driehoek van Pascal overbodig maakte en een grote rol zou gaan spelen in de verdere ontwikkeling van de kansrekening. Zoals de naam 'binomium' al aangeeft, gaat het hier om verschijnselen die slechts twee waarden kunnen aannemen: kruis of munt, man of vrouw, ja of nee, wel of niet. In de statistiek spreekt men dan van een dichotomie en omdat zeer veel verschijnselen binnen de tweedeling 'wel aanwezig' of 'niet aanwezig' vallen, vindt deze verdeling een brede toepassing.

Als men de kans dat iets gebeurt p noemt en de kans dat het niet gebeurt q (dus $p+q=1$), dan verkrijgen we na n trekkingen een verdeling volgens de formule

$(p+q)^n$, waarvan de coëfficienten worden gevonden in de Driehoek van Pascal, maar ook direct berekend kunnen worden uit de formule:

$$\frac{n}{k} \qquad \frac{n!}{k!\,(n-k)!}$$

Hierin is n! (spreek uit: n faculteit) een verkorte schrijfwijze voor n(n-1)(n-2)(n-3)....3x2x1.

Als voorbeeld berekenen we de coëfficient van de vijfde term bij tien worpen met een munt, dus k=5 en n=10.

$$\frac{10 \times 9 \times 8 \times 7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1}{5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1} = 7 \times 6 \times 3 \times 2 = 252$$

Zoals reeds werd opgemerkt, geldt dit voor trekkingen met teruglegging (dus onveranderde kansen).

Bij trekkingen zonder teruglegging wordt de formule, die we dan kunnen toepassen, iets ingewikkelder.

Naast de binomiale verdeling van Newton (met teruglegging) heeft de verdeling zonder teruglegging de naam 'hypergeometrische verdeling' gekregen.

Een paar jaar later begon Newton na te denken over de zwaartekracht. Voortbouwend op het werk van Copernicus, Galilei en Kepler ontvouwde hij zijn beeld van het heelal, de oneindige ruimte waarin de zwaartekracht de planeten in hun banen rond de zon stuurde. Als er iets is dat van doorslaggevende betekenis is geweest voor de stormachtige ontwikkeling van de wiskunde in die tijd, dan was het wel de theorie van Newton. Een nieuw tijdperk was begonnen.Van groot belang was het contact dat middels een uitgebreide briefwisseling werd onderhouden met buitenlandse geleerden. Dit werd vooral gedaan door de secretaris Henry Oldenburgh, die eenzelfde rol speelde als eerder in Frankrijk door pater Marin Mersenne was vervuld. Hij kwam daarmee weleens in moeilijkheden, zoals Samuel Pepys op 25 juni 1667 in zijn dagboek vermeldde: "Gisteren werd mij verteld dat mr Oldenburgh, onze secretaris van Gresham College, in de Tower is gevangen gezet voor het schrijven van nieuws aan een lid van de Franse Académie, met wie hij regelmatig correspondeert over wijsgerige zaken". Die Franse Académie was in 1666 opgericht door o.a. Christiaen Huygens. Deze kwam zodoende eveneens in moeilijkheden toen zijn land in oorlog geraakte met Frankrijk. Maar ideeën moeten vliegen en uiteindelijk bleven die wetenschappelijke contacten over heel Europa, ondanks de vele oorlogen, toch steeds bestaan. Zo kon het Engelse voorbeeld in andere landen navolging vinden.

Na de dood van Oldenburgh in 1678 werden vele contacten verbroken. Huygens kwam pas in 1687 weer in contact met de Royal Society via een vriend van Newton. Hij heeft toen, hoewel hij de zwaartekracht-theorie van Newton nooit heeft kunnen aanvaarden, met diens vriend bij de koning gepoogd voor Newton een post te verwerven als regent van een college in Cambridge.

Het is in de kring van de Royal Society dat wij de oorsprong van de echte moderne statistiek vinden. Hier begon men tabellen te construeren uit beschikbare gegevens met het doel daaraan conclusies te verbinden. Drie namen zijn daaraan verbonden en ook drie problemen die zij ontmoetten. De mannen waren Sir Edmund Halley, William Petty en John Graunt.

De drie problemen waren:

- de vraag naar kennis en inzicht over sterftecijfers om tarieven voor lijfrenten te kunnen berekenen.
- de vraag naar de omvang van de bevolking die bij gebrek aan bevolkingsregisters geschat moest worden.

- de vraag of er in het algemeen evenveel jongens als meisjes worden geboren.

Lijfrenten en sterftecijfersLijfrenten en sterftecijfers

In de middeleeuwen was rijkdom primair gebaseerd op grondbezit, de nieuwe tijd zag rijkdommen groeien uit de handel. Maar de handel was vanouds veel meer een bezigheid vol risico's en allengs ziet men dan ook plannen rijpen om daar iets tegen te doen: onzekerheid bestrijden met verzekering. Eerst werden nog vooral schepen en scheepsladingen verzekerd, mettertijd ook de levens van de zeelui, de zorg voor de nabestaanden. Het oudste contract van dit type schijnt van 1583 te zijn. In de zeventiende eeuw komen de lijfrenten op, maar lange tijd worstelden de verzekeraars met het probleem hoe zij hun tarieven moesten berekenen. Hoe groot is de kans dat iemand zal sterven? Het leek evenzeer een gok als bij het dobbelspel.
Toen Huygens zijn boekje over kansen bij het dobbelspel had gepubliceerd, trok dat de belangstelling van de man die in Holland toen de machtigste positie bekleedde: *Johan de Witt (1625-1672)*, eveneens in zijn jonge jaren een briljante leerling van de wiskundige Frans van Schooten. Een van zijn vele verdiensten voor de staat was het uitmuntende beheer van 's lands financiën, terwijl hij ook met zijn particuliere beleggingen veel succes had (een van de redenen voor het gepeupel om hem in 1672 te vermoorden). De Witt toonde grote belangstelling voor de kansrekening en zag de practische bruikbaarheid in van de ideeën van Christiaen Huygens. In 1665 zond hij deze enige (verloren gegane) oplossingen van vraagstukken over waarschijnlijkheidsrekening en in 1671 verscheen zijn memorie "Waerdije van lijfrenten naar proportie van los-renten". Hij koppelde sterftecijfers (dus sterftekansen) met rente-op-rentetabellen en legde hiermee in feite de grondslag voor de verzekeringswiskunde. Zijn sterftekansen waren evenwel niet op onderzoek gebaseerd; hij ging uit van een paar eenvoudige veronderstellingen, zoals: iedereen heeft tot het vijftigste levensjaar een gelijke sterftekans, tussen 50 en 60 jaar wordt die kans 1½ maal zo groot, tussen 60 en 70 jaar tweemaal zo groot en tussen 70 en 80 jaar driemaal zo groot.

De Witt had voor zijn berekeningen de medewerking gevraagd van *Johannes Hudde (1628-1704)*, de latere burgemeester van Amsterdam die zich in zijn jonge jaren ook enthousiast met de wiskunde had beziggehouden. Hij correspondeerde met Huygens en De Witt over de kansrekening en over waarnemingen van kometen. Leibniz, die via Spinoza met Hudde in aanraking kwam, rekende hem tot de grootste wiskundigen van zijn tijd. Maar Hudde kwam tot het inzicht dat hij niet zo hield van "vruchteloose questien die niet een olykoeck waart zijn" en meer aandacht wilde geven aan "soodanigen daar het gemeen aan gelegen is". Vandaar wellicht zijn werk aan de grondslagen der lijfrententheorie, waarover de stad Amsterdam hem in 1672 om advies vroeg. Hudde zond ook aan Huygens een der oudst bekende sterftetafels,
Een van de eerste bijdragen aan de ontwikkeling van sterftetabellen op basis van onderzoek leverde het lid van de Royal Society *Sir Edmund Halley (1656-1742)*, een veelzijdige geleerde, die zijn naam gaf aan de bekende komeet, die tijdens zijn leven verscheen en waarvan hij de terugkeer voorspelde in het jaar 1759. Hij was ook de man die Newton in staat stelde zijn grote werk over de zwaartekracht, de "Principia Mathematica", gedrukt te krijgen. Net als velen uit zijn vriendenkring hield hij zich, volgens de regels van Bacon, bij voorkeur met experimenten bezig. Constantijn Huygens, de broer van Christiaen, vertelt in zijn dagboek: "Halley verhaalde veel van zijn kunst

onder water te gaan, een uur of meer lang, hebbende een inventie om de uitgeademde lucht uit zijn klok, waarin hij zat, uit te laten en nieuwe, uit een vaatje of iets dergelijks, weer in te tappen" (24 januari 1692).
Halley publiceerde in 1693 de zgn. Breslau-tabellen[5], waarbij hij uit de doopregisters en lijsten met sterfgevallen van de stad Breslau in Duitsland, welke liepen van 1687 tot 1691, conclusies trok met betrekking tot de levenskansen van stervelingen. Het boek werd praktisch gebruikt door de eerste echte levensverzekeringsmaatschappij in Engeland (The Equitable society, 1762) tot ze die van Richard Price (zie pag. 46) overnamen.
In Frankrijk verscheen enige tijd later 'Essai sur les probabilités de la Durée de la Vie Humaine' van De Parcieux, eveneens met verscheidene sterftetabellen. Deze werden in zijn land vele jaren gebruikt.
In Holland werd de methode die Halley had toegepast, verbeterd door *Willem Kersseboom (1691-1771)*, hoewel deze inzag dat Halley zelf die verbeteringen ook al had aangegeven, maar niet over de gegevens beschikte om ze toe te passen. Deze verzekeringswiskundige werd geboren in Oudewater waar zijn vader burgemeester was. Vanaf 1724 raadpleegde de regering hem bij plannen om door middel van leningen, loterijen en lijfrenten aan geld te komen. In 1742 publiceerde hij 'Politieke rekenkunde vervat in drie verhandelingen over de menigte des volks in de provincie van Holland en Westfriesland, de probable leeftijd der weduwen, de duurzaamheit der huwelyken'.

Het was de wiskundige De Moivre die de tabellen van Halley betrok bij zijn ontwikkeling van de kansrekening.
Met betrekking tot het probleem van de sterftekansen formuleerde hij de volgende wetmatigheid: het aantal levende mensen van een bepaalde leeftijd verhoudt zich proportioneel tot het aantal jaren dat er ligt tussen die leeftijd en de uiterste leeftijd, welke volgens (de) Moivre 86 jaar was.

Figure 1: Sterftecijfers in 1700 en in 1950.

Hoofdstuk 4: Nog meer balletjes in de vaas.
Vrienden en volgelingen van Huygens
====================================

Hoewel Huygens niet de oorspronkelijke grondlegger van de kansrekening was - hij had zich immers gebaseerd op hetgeen hij in Parijs over het werk van Fermat en Pascal had gehoord - heeft hij wel door zijn boek en zijn relaties met vele vrienden bijgedragen aan de verspreiding van die gedachten. Tot zijn vele vrienden behoorden de Bernoulli's, een familie die uit Antwerpen naar Zwitserland was uitgeweken. Eén van hen, Johannes Bernoulli, werd op voorspraak van Huygens hoogleraar in de wiskunde te Groningen. Nog belangrijker voor de ontwikkeling van de statistiek was broer Jacob of Jacques Bernoulli.

Een wiskundige familieEen wiskundige familie

Jacques Bernoulli (1654-1705) loste de vijf problemen op die Huygens zonder oplossing had gepresenteerd. Hij deed dat in zijn postuum verschenen werk "De Kunst van het Gissen" (Ars Conjectandi, verschenen in 1713), waarin hij ook het bewijs leverde voor het binomium van Newton.
Aan de hand van het vaasmodel, dat Huygens had bedacht, ontwikkelde hij zijn belangrijkste bijdrage aan de statistische theorie: de zgn. Wet van de Grote Getallen.

> Als zich in een vaas X rode balletjes en Y witte balletjes bevinden en men trekt daar herhaaldelijk steekproeven uit, dan zal op de lange duur de verhouding van rode tot witte balletjes in het totaal van de (zeer) vele trekkingen met teruglegging de verhouding X:Y benaderen.

Jacques Bernoulli had contact met vele collega's, verbleef enige jaren in Frankrijk en bezocht Engeland en de Nederlanden, waar hij o.m. Hudde ontmoette. Met zijn broer Johannes verschilde hij nogal eens van mening wat tot verwijdering leidde.
Daardoor was het een neef, *Nikolaus Bernoulli (1687-1759)*, zelf hoogleraar wiskunde in Padua en Bazel, die na de dood van zijn oom diens 'Ars Conjectandi' voor publicatie gereedmaakte.
Een andere neef, eveneens Nikolaus geheten (1695-1726), werd hoogleraar in Bern en St.Petersburg. Van hem is het vraagstuk dat als de 'paradox van St.Petersburg' bekend is gebleven.
Peter en Paul spelen met een munt en spreken af dat Paul aan Peter 2^n gulden zal betalen als de n-de worp munt is na een reeks kruisen. De vraag is wat het Peter waard moet zijn om dit spel te spelen; hoeveel hij dus aan Paul moet betalen om een evenwicht te bereiken met de mathematische verwachting.Het paradoxale is dat dit alleen maar kan worden berekend als men van tevoren een afspraak maakt over n.

Stel Paul heeft niet meer dan 32 gulden bij zich. Dan kan zijn maximale verlies niet meer dan 32 = 2^n zijn, dus n=5. De kans op winst voor Peter is:
na de 2e worp --volgorde KM-- kans 1/4 = 0,25
na de 3e worp --volgorde KKM-- kans 1/8 = 0,125
na de 4e worp --volgorde KKKM- kans 1/16= 0,0625
na de 5e worp --volgorde KKKKM-kans 1/32= 0,03125
----
totale winstkans 0,46875

Als Peter 0,46875 x 32 = 15 gulden inzet en het spel wordt onder deze voorwaarden zeer veel keer herhaald, dan zullen de winsten en verliezen van de

Figure 2: Een grafiek uit het boek van Descartes.

spelers elkaar op den duur in evenwicht houden.

De geboorte van de x-as en de y-asDe geboorte van de x-as en de y-as

Nauwe banden onderhielden de Bernoulli's met *Gottfried Wilhelm Leibniz (1646-1716)*, die eveneens een persoonlijke vriend van Christiaen Huygens was. Leibniz had tijdens zijn verblijf in Parijs omstreeks 1676 de integraal- en differentiaalrekening uitgevonden. Jacques Bernoulli correspondeerde met hem en introduceerde de term 'integraal' naast het begrip 'differentiaal' Deze nieuwe rekentechnieken zouden de stoot geven tot een verdere ontwikkeling van de kansrekening.

> Integreren en differentiëren zijn voor de statistiek even onmisbaar als de grafieken. Voor de niet-wiskundigen merken we alleen maar op, zonder hier dieper op in te gaan, dat met integreren berekend wordt hoe groot het oppervlak onder een gegeven kromme is, en met differentiëren omgekeerd uit een gegeven oppervlak onder een kromme berekent men hoe de functie van die kromme luidt.

Leibniz was wel bijzonder veelzijdig. Niet alleen staat hij bekend als een der grootste filosofen van zijn tijd, hij had daarnaast de tijd om de rekenmachine en de stoommachine uit te vinden, politiek werkzaam te zijn aan de eenheid van Duitsland en zich te verdiepen in Chinese filosofie, geschiedenis, theologie, biologie, geologie en wat niet al. Voor ons verhaal is vooral belangrijk wat hij voor de statistiek heeft nagelaten. Reeds in 1629 had Fermat de basis gelegd voor de analytische meethunde en in 1637 volgde *René Descartes (1596-1650)*, volgens de gewoonte van die tijd ook wel Cartesius genoemd, in zijn 'Géométrie', een aanhangsel aan zijn hoofdwerk 'Discours de la Méthode'. Zij legden de verbinding tussen de algebra en de meetkunde. Getallen kunnen als punten in de ruimte worden voorgesteld. Voortbouwend op dit uitgangspunt schiep Leibniz de vormentaal van de statistici met begrippen als 'functie', 'co-

rdinaten', 'abscis' en 'ordinaat', kortom de basiselementen van de grafische taal. Het vak statistiek laat zich nauwelijks meer denken zonder de x-as en de y-as, de frequentiepolygoon en de histogrammen. De eerste denkbeelden van Oresme in de veertiende eeuw waren nu uitgewerkt tot een systeem, dat met vrucht gebruikt kon worden door iedereen die de samenhang tussen of de ontwikkeling van reeksen cijfers 'zichtbaar' wilde maken.Intussen had na Bernoulli vooral De Moivre bijgedragen aan de verdere ontwikkeling van de waarschijnlijkheidsrekening. Toen hij veertien jaar oud was las *Abraham de Moivre (1667-1754)* wat Huygens over het kansspel had geschreven en hij besloot van de wiskunde zijn vak te maken. Zijn protestantse familie moest na 1685 (herroeping van het Edict van Nantes) uit Frankrijk vluchten. Abraham bleef achter, zat twee jaar in de gevangenis en volgde zijn ouders tenslotte in 1688 naar het land van Newton en Halley. Beide mannen leerde hij weldra kennen. Halley hielp hem, net als hij bij Newton had gedaan, zijn eerste boek te publiceren en Abraham de Moivre ontwikkelde zich tot een geachte deskundige op het gebied van de kansrekening. Hij gaf les en verleende diensten aan gokkers en verzekeraars. Newton placht tegen studenten te zeggen: "Ga hiervoor maar naar mr De Moivre; die weet er meer van dan ik".
De Moivre trok een heel belangrijke conclusie die later het kernpunt van statistische analyses zou worden: de nauwkeurigheid van onze schatting wordt groter als het aantal waarnemingen (n) - dus de steekproefomvang - groter wordt en wel met de factor $\sqrt{n}$. Voor het eerst daagt hier het besef dat bij het samenvoegen van onafhankelijke waarnemingen de nauwkeurigheid toeneemt met de wortel uit de steekproefgrootte.
Hoofdstuk 5: De schatting van de omvang der bevolkingHoofdstuk 5: De schatting van de omvang der bevolking
----

Het tweede probleem dat in de loop van de achttiende eeuw veel zou bijdragen aan de ontwikkeling van de statistiek en uiteindelijk zou leiden tot georganiseerde volkstellingen, was de vraag: hoeveel mensen wonen er nu eigenlijk precies in ons land?
Halley was al voorafgegaan door de Engelse koopman *John Graunt (1620-1674)* die in 1662 zijn "Observations on the Bills of Mortality" in Londen liet verschijnen. Deze 'bills of mortality' (sterftetabellen) werden in Engeland al sedert de pestepidemieën in de Tudor-periode (ca. 1535) wekelijks opgesteld in alle parochies. De ambtenaren die daarmee waren belast, kregen hun informatie meestal van vrouwen die hen de doodsoorzaken van alle sterfgevallen wisten te vertellen. Ze werden evenwel pas sinds 1603 op een ordelijke wijze samengevat, maar helaas nog zonder vermelding van de ouderdom der overledenen. Deze belangrijke toevoeging vond eerst sinds 1728 plaats en pas daarmee verkregen de gegevens echte statistische betekenis. In 1842 werd dit systeem vervangen door een wijziging in de wetgeving. Aangifte van geboorte en overlijden werd verplicht gesteld door de Births and Deaths Registration Act.

Uit de Londense lijsten had Graunt de samenhang tussen geboorten, sterfgevallen, huwelijken, vestigingen en vertrek bestudeerd en tevens gepoogd tot een schatting van het aantal inwoners van Londen te komen. Wat dat laatste betreft moet opgemerkt worden dat nauwkeurige kennis omtrent de omvang van de bevolking in die tijd nog steeds niet voorhanden was: er bestond geen burgerlijke stand of daarmee vergelijkbaar register, er werden geen volkstellingen gehouden en er was geen steekproeftheorie die behulpzaam had kunnen zijn. Graunt's eerste poging werd daarom door vele andere gevolgd.

Een socioloog heeft er het volgende over geschreven: "Naarmate de samenlevingen steeds sneller begonnen te veranderen, werd het duidelijk dat traditionele kennis en veronderstellingen hun geldigheid verloren. Eerst kreeg men belangstelling voor het aantal inwoners, toen voor hun levensomstandigheden en gedragingen, en daarna werden er steeds grotere hoeveelheden statistieken verzameld - voor adminstratieve doeleinden, als richtsnoer bij de wetgeving en eenvoudig als algemene informatie. De staat kreeg steeds meer omvattende functies; de samenleving werd ingewikkelder en dus ontstond er behoefte aan meer en beter feitenmateriaal"[6].

Graunt was een man van één boek en werd tot het schrijven daarvan vermoedelijk aangezet door zijn vriend *William Petty (1623-1687)*. Deze arts, die als Puritein tijdens diens leven een persoonlijke vriend van Cromwell was, stond evenzeer hoog in aanzien bij koning Karel II. Petty behoorde tot de oprichters van de Royal Society en was de eerste die pleitte voor een centraal departement voor het verzamelen van statistische gegevens.
In zijn jonge jaren had hij Frankrijk en de Nederlanden bezocht (van 1643 tot 1646). In 1647 verkreeg hij een patent voor zijn uitvinding van een 'dubbelschrijver', de eerste copiëermachine, en in 1663 ontwierp hij een nieuw scheepstype met een dubbele bodem. Van zijn veelzijdige werkzaamheden interesseert ons zijn "Essays in Political Arithmetic", oorspronkelijk in manuscript aan koning Karel II gepresenteerd, maar pas na zijn dood door zijn zoon gepubliceerd (1691) omdat delen van de inhoud misschien beledigend voor Frankrijk konden zijn. In dit boek kwam Petty tot een schatting van de totale wereldbevolking van 320 miljoen. Ook schatte hij de totale omvang van de Europese koopvaardijvloot, volgens hem ongeveer twee miljoen ton omvattend, waarvan 900.000 ton in handen van de Hollanders.
Engeland en Holland stonden die jaren nauw met elkaar in verbinding sinds de koning-stadhouder Willem III van 1689 tot 1702 over beide landen regeerde.

De Puritein Petty correspondeerde ook met *Bernard Nieuwentijt (1654-1718)*, arts en burgemeester van Purmerend. Hij zal met instemming diens denkbeelden hebben vernomen over 'Het regt gebruik der Werelt-beschouwingen, ter overtuiginge van ongodisten en ongeloovigen aangetoont' (1715). De wijsheid, macht en goedheid van God werden afgeleid uit de resultaten van natuurkundige experimenten. Hij trad daarmee in het voetspoor van het grote voorbeeld Newton, die zijn 'Opticks' besloot met theologische conclusies op grond van de schoonheid, orde en doelmatigheid die hij in de natuur opmerkte.
Nieuwentijt trad op zijn beurt op als discussiepartner van de wiskundige *Nicolaas Struick (1687-1769)*, geboren in het sterfjaar van Petty. Struick publiceerde demografische gegevens uit de internationale literatuur, aangevuld met gegevens uit Holland en trok statistische conclusies uit dat materiaal.

De eerder genoemde Kersseboom en Struick raakten over deze problemen verwikkeld in een hevige pennestrijd. Kersseboom schreef zelf 'Verhandelingen tot een proeve om te weeten de probable menigte des volks in Hollandt en W.Frieslandt' (1738-1742) en in 1740 publiceerde hij 'Eenige aanmerkingen over den staat van het menschelijk geslacht van Nic.Struick'. We zullen deze discussie maar niet volgen, want vooralsnog had niemand de basisproblemen van statistische schattingen zelfs maar benaderd. In een 18e eeuwse publicatie over de "Tegenwoordige Staat der Vereenigde Nederlanden" wordt de totale bevolking op twee miljoen geschat met de volgende voetnoot: "De Schrijvers zyn het in de begrooting van het getal der Ingezetenen van de zeven Provincien niet eens; en in der daad kan deze, zo lang we geen meerdere zekerheid omtrent den staat der bevolking van ieder byzonder Gewest hebben, niet anders dan op gissingen rusten. Struyk sloeg dit getal aan op 2½ millioenen. Kersseboom nog hooger..."[7]

Veel van deze discussies speelden zich af in de kringen der wetenschappelijke genootschappen die in de Nederlanden verrezen als copieën van de Royal Society en de Académie des Sciences. Zij konden zich alleen niet formeren onder de bescherming van een centralistische koningsmacht, omdat elke Nederlandse provincie zich als een zelfstandige staat beschouwde. En dus kregen Holland, Zeeland, Utrecht en andere gewesten hun eigen genootschap. Dat van Zeeland, dat in 1765 in Vlissingen ontstond, mag hierbij even apart worden vermeld omdat het de geboorte van een statistisch begrip meenaakte. Het geschiedde in 1782, toen de beroemde wiskundige *Leonhard Euler (1707-1783)* er een lezing kwam houden. Het ging over een probleem dat betrekking had op 36 officieren van 6 verschillende regimenten en van 6 verschillende rangen. Die moesten zodanig in een soort magisch vierkant worden gerangschikt dat iedere rang en elk regiment eenmaal was vertegenwoordigd. Euler duidde de regimenten aan met Latijnse letters en de rangen met Griekse. Uit dit 'graeco-latijnse' vierkant is het zgn, Latijnse vierkant (Latin square) geboren dat in de opzet van statistische testexperimenten thans een onmisbare rol speelt.
Euler wordt terecht gezien als de meest produktieve wiskundige van de achttiende eeuw. Hij was nauw verbonden met de familie Bernoulli in Bazel waar hij werd geboren. Zijn vader volgde wiskundelessen bij Jakob Bernoulli en de zoon volgde zoon Nikolaus toen die in 1725 naar St Petersburg reisde. Hoewel hij in later jaren geheel blind werd, kon niets zijn enorme produktiviteit stuiten. De moderne wiskundige notatie is nog steeds in grote lijnen die van Euler.
Zijn collega's bewonderden hem zeer. "Lees Euler", placht Laplace te zeggen tot zijn leerlingen, "Lees Euler, hij is ons aller leermeester". Bij deze Laplace kunnen we nu de draad weer opvatten na deze kleine zijsprong naar Zeeland en Euler.

De veelzijdige *Pierre Simon Laplace (1749-1827)* was de eerste geleerde bij wie een aanzet tot het gebruik van steekproeven was waar te nemen bij pogingen om de omvang van de bevolking te schatten. Deze zoon van een hereboer werd door d'Alembert aan een professoraat aan de Ecole militaire geholpen, waar hij o.a. de 16-jarige Napoleon examineerde. Onder diens bewind is hij nog korte tijd minister van Binnenlandse Zaken geweest en kanselier van de Senaat. In 1785 werd hij lid van de Académie des Sciences. Voortbouwend op werk van d'Alembert en Lagrange heeft hij de hemelmechanica voltooid, die door Newton in beginsel was aangegeven. Ook onderzocht hij de vorm van de aarde en de theorie der getijden.
In 1786 toonde hij aan hoe de omvang van de totale bevolking van Frankrijk kon worden geschat. Eerst bepaalde hij het aantal geboorten uit de geboorteregisters van het afgelopen jaar. Vervolgens ging hij in slechts enkele, zorgvuldig gekozen, gemeenten na hoe de omvang van de bevolking zich verhield tot het aantal geboorten. Het gevonden cijfer (ratio) werd dan vermenigvuldigd met het eerder bepaalde totale aantal geboorten in het land. De uitkomst was de schatting van de omvang der totale

bevolking.
Het was slim bedacht, maar het was nog geenszins verbonden met een steekproef-theorie. Toch was het dezelfde Laplace die met zijn 'centrale limietstelling' als geen ander daarvoor de grondslag legde.

> De centrale limietstelling is misschien wel de belangrijkste stelling in de gehele waarschijnlijkheidsrekening en de statistiek, zowel vanuit theoretisch als vanuit toegepast standpunt. Zij beweert dat de gemiddelden uit een groot aantal onafhankelijke steekproeven bij benadering een normale verdeling hebben, ongeacht de verdelingen van de verschijnselen die in die steekproeven worden gemeten. Meer hierover in hoofdstuk 7.

In Engeland was intussen, met name tussen 1770 en 1780, een hevige pennestrijd opgelaaid over de vraag of de totale bevolking van het land nu daalde dan wel toenam. Radicale hervormers, zoals Richard Price (zie pag. 46), meenden dat er van een teruggang sprake was. Daarentegen was *Arthur Young (1741-1820)*, wiens in 1774 verschenen boek 'Political Arithmetic' in vele talen werd vertaald, overtuigd van het tegendeel.

De discussie kreeg een nieuwe wending toen in 1798 *Thomas Robert Malthus (1766-1834)* zijn 'Essay on the Principle of Population' publiceerde en daarin betoogde dat een snelle groei van de bevolking ongetwijfeld zou worden afgeremd door rampen en hongersnood. Kort daarna kwamen de feiten op tafel: John Rickman publiceerde de resultaten van de eerste volkstelling die in 1801 werd gehouden in opdracht van het Lagerhuis. De theorie van de ontvolking kon worden verworpen, maar de dreigende voorspelling van Malthus scheen te worden ondersteund. Toen de volkstelling tien jaar later werd herhaald bleek de totale bevolking van Engeland en Wales te zijn gestegen van 9.168.000 tot 10.488.000.
En tegelijkertijd begon een ander fenomeen de aandacht te vragen: het onderzoek naar de armoede.

Hoofdstuk 6 : De omkering van het probleemHoofdstuk 6 : De omkering van het probleem
De eerste stap naar statistische conclusies
====================================

De eerste stappen waren gezet: gegeven bekende verdelingen van kansen (de twee zijden van een opgeworpen munt, de zes mogelijkheden van de dobbelsteen, de 52 kaarten in het kaartspel, de 37 nummers van de roulette) kunnen de mogelijke uitkomsten van worpen of trekkingen en de kans dat zij voorkomen, worden berekend. Maar aan de omkering van het probleem was men nog niet toegekomen: als je de verdeling van de kansen niet van tevoren (a priori) kent, kun je dan uit de uitkomsten van worpen en trekkingen daarover iets aan de weet komen? Het was onontkoombaar dat die vraag eens gesteld en beantwoord zou worden. Immers, langs die weg zou men tot statistische conclusies kunnen geraken. Aan de oplossing van deze omkering van het probleem werd in eerste instantie vooral bijgedragen door de familie Bernoulli.
Reeds De Moivre had terloops een opmerking gemaakt over deze omkering van het probleem. "Als we uit talloze waarnemingen de uitkomsten zien convergeren naar een bepaalde verhouding", schreef hij, "dan concluderen we dat die verhouding uitdrukking geeft aan de wetmatigheid waaraan de uitkomsten gehoorzamen".

> Als we waarnemen dat van 346 mannen van 50 jaar slechts 142 de leeftijd van 70 jaar bereiken, hoe nauwkeurig is dan de schatting 142/346 als overlevingskans van 50 tot 70 jaar? Die vraag kon De Moivre niet beantwoorden. Wel kon hij aangeven hoe groot de kans op de verhouding van 142/346 of kleiner was als de werkelijke overlevingskans 1/2 was.

De Engelse dominees**De Engelse dominees**

In de sociale structuur van het 18e eeuwse Engeland werd een merkwaardige plaats ingenomen door de vele predikanten op het platteland. Na een degelijke wetenschappelijke opleiding kwamen zij terecht in een positie die doorgaans weinig inspanning vergde en waarin de beperktheid van de taken van een plattelandsdominee hen een overvloed aan vrije tijd bezorgde. Sommigen raakten aan de drank, anderen verdeden hun tijd met de vossenjacht, maar velen raakten verslaafd aan studie en wetenschap. Belangrijke bijdragen aan de ontwikkeling van de literatuur, de filosofie, de geschiedenis, de natuurlijke historie, de scheikunde, en wat niet al, zagen het licht in de stilte van de pastorale werkkamers[8]. Bekende voorbeelden zijn de reeds genoemde econoom Thomas Robert Malthus, de filosoof George Berkeley (1685-1753), de schrijver Jonathan Swift (1667-1745) en de scheikundige Joseph Priestley (1733-1804). Laatstgenoemde was een zeer ijverige experimenteerder. Hij was de eerste die zuivere zuurstof vrijmaakte, hoewel hij dat resultaat zelf strijdig vond met zijn theoretische opvattingen. Hij vertelde de Fransman Lavoisier tijdens een diner in Parijs over zijn experimenten en deze zag het belang daarvan beter in en werkte een en ander uit tot het inzicht dat bij verbranding (oxidatie) de zuurstof zich met het metaal verbindt. Priestley was in zijn tijd ook bekend om zijn radicale ideeën, zijn vriendschap met Benjamin Franklin en zijn liefde voor de Franse revolutie. In 1791 werd zijn huis verwoest door een woedende menigte en moest hij uitwijken naar de jonge Verenigde Staten van Amerika.
Deze merkwaardige verbinding tussen politieke voortuitstrevendheid en natuurwetenschappelijk onderzoek kwam wel vaker voor. Men heeft dit wel verklaard

vanuit een psychologische achtergrond: openheid voor het nieuwe en beweeglijkheid van geest manifesteren zich in iemands natuurwetenschappelijke zowel als in zijn politieke opvattingen[9].

Een andere dominee en een vriend en medestander van Joseph Priestley was dr *Richard Price (1723-1791)*, een bekende woordvoerder van de radicale beweging. Price is zelf vooral van betekenis als grondvester van de wiskunde voor verzekeringen (actuariële wiskunde). In 1771 publiceerde hij op basis van de doop- en overlijdensregisters van een parochie in Northampton een verbeterde sterftetabel, welke beschouwd wordt als de start van de actuariële wetenschap. In 1776 koos hij partij voor de Amerikaanse vrijheidsbeweging en zijn vrienden Benjamin Franklin, Thomas Jefferson en Tom Paine.
In zijn preken getuigde hij van zijn bewondering voor de Franse revolutie. Hij schreef: "De hedendaagse staatkunde begunstigt de hoogste volksklassen; het gevolg zal zijn dat vroeg of laat het hele koninkrijk uit louter slaven en heren, uit rijken en bedelaars zal bestaan...De nominale prijs van de arbeid is tegenwoordig niet meer dan 4 of hoogstens 5 maal het cijfer van omstreeks 1514. Maar het graan is 7, het vlees en de kleding 15 maal duurder. In plaats van te zijn gestegen is het loon nu meer dan de helft bij de prijs van de levensmiddelen achtergebleven[10]". Deze woorden werd later door Karl Marx met instemming geciteerd in 'Het Kapitaal'.

Het experiment van BayesHet experiment van Bayes

Maar de belangrijkste bijdrage aan de ontwikkeling van de statistiek kwam wellicht toch van een andere vriend van Richard Price, de bescheiden predikant *Thomas Bayes (1702-1761)*. Deze legde de wiskundige grondslag voor het afleiden van 'a priori'- uit 'a posteriori'-waarschijnlijkheden. Bayes die zijn leven sleet als predikant in Tunbridge-Wells, op 35 mijl van Londen, was vermoedelijk een van de vele leerlingen van De Moivre. Hij werkte de omkering van het probleem verder uit in zijn beroemd geworden 'Theorema van Bayes', de basis van de Baysesiaanse kansrekening.
Naar de beste tradities van de Royal Society, waarvan hij sinds 1742 lid was, presenteerde Bayes zijn nu vermaarde theorie in de vorm van een experiment. Hij gebruikte geen vaasmodel zoals Bernoulli in navolging van Huygens had gedaan.
Bayes heeft zijn essay niet zelf gepubliceerd. Het werd uiteindelijk in 1763 door zijn vriend Richard Price gevonden in zijn nagelaten papieren en voorgelezen in de Society.

Wie een dobbelsteen gooit heeft een gelijke kans op één van de zes uitkomsten 1,2,3,4,5 of 6. Maar niet op 1½ of 3¼ of welke andere uitkomst daar tussenin dan ook. We noemen dit 'discrete' gegevens, in tegenstelling tot 'continue' gegevens die wel de tussenliggende waarden kennen (afstanden, leeftijden, gewichten, temperaturen).
Trekkingen uit een vaas met balletjes leveren ook alleen hele getallen als uitkomsten en vormen dus een discrete verdeling. Discrete verdelingen pleegt men te tekenen met een staafdiagram (histogram), terwijl voor continue verdelingen een lijndiagram (curve) wordt getekend.

Bayes bedacht nu een experiment waarin de kansen een continue verdeling kregen. Hij nam een vierkante tafel (een 'biljart' zou men later zeggen maar zo frivool was de dominee niet) en twee biljartballen. Hij liet de eerste bal (W) rollen tot die op een willekeurig punt stil kwam te liggen. Vervolgens werd de tweede bal (O) herhaalde malen over de tafel gerold en elke keer werd gemeten of hij rechts (=1) of links (=0) van de eerste bal tot rust kwam. Waar het nu om ging was: de positie van de eerste bal W (= a priori) te bepalen uit de n gemeten posities van de tweede bal O (= a posteriori).

De reeds eerder genoemde Pierre Simon Laplace formaliseerde tenslotte de theorie van Bayes op een wijze die hem direct bruikbaar maakte voor wat we nu 'statistische schattingen' moemen: als zich in een vaas een onbekend percentage (=x) witte balletjes bevindt en we vinden bij trekkingen p% witte balletjes, dan schatten we x = p ± w. De vraag is dus: hoe groot is w, hoe nauwkeurig en betrouwbaar is onze schatting?
Laplace paste zijn berekeningen toe op de vraag of het waar is dat er meer jongetjes dan meisjes worden geboren. Immers, bij dit vraagstuk ging het er in wezen om of uit de waargenomen cijfers de 'a priori' kans kon worden geschat: was de verhouding in werkelijkheid 1:1 , anders gezegd: was de kans op jongetjes gelijk aan of groter dan ½?

Meer jongens dan meisjesMeer jongens dan meisjes?

Zowel John Graunt als Nicolaas Struick hadden bij het bestuderen van hun tabellen geconstateerd dat er doorgaans meer jongetjes dan meisjes worden geboren. Graunt nam waar dat op elke 14 jongetjes slechts 13 meisjes worden geboren, een verhouding van 1,08. Dit verschijnsel komt men overal en in alle tijden tegen en houdt vermoedelijk verband met dat andere statistische feit, namelijk dat mannen een grotere sterftekans hebben dan vrouwen, zodat uiteindelijk toch een soort evenwicht kan ontstaan.
Dit was het derde statistische probleem dat de gemoederen bezighield en dat niet uit het dobbelspel of de vaas met balletjes was voortgekomen, maar uit de werkelijkheid van alledag. Wat die cijfers daar schenen te vertellen, kon dat geen toeval zijn? Men had immers juist uit de kansrekening geleerd, dat bij gelijke kansen toch een kleine meerderheid in de ene of andere richting kan voorkomen. Kon men er niet van blijven uitgaan dat er overal evenveel jongetjes als meisjes werden geboren? Welk van beide je eigen gezin op een bepaald moment verrijkte, was puur toeval, vergelijkbaar met het werpen van kruis of munt.
Maar met het verzamelen van gegevens begon de twijfel te rijzen. De cijfers gaven aan

dat er niet incidenteel, maar systematisch meer jongens dan meisjes werden geboren.

Een spraakmakende bijdrage aan de discussie die hierop ontstond werd in 1710 geleverd door de Engelsman *John Arbuthnot (1667-1735).* Deze vriend van mannen als Pope en Swift voorzag aanvankelijk in zijn levensonderhoud met wiskundelessen, maar werd later een gevierde dokter en de hofarts van Queen Anne. Hij vertaalde en bewerkte in 1692 de bijdrage van Huygens over kansrekening in het Engels. Bij de Royal Society publiceerde hij een notitie met een bewijs voor de Goddelijke Voorzienigheid, afgeleid uit de geconstateerde regelmatigheid in de geboorten van jongens en meisjes[11]. De Londense doopregisters over de periode 1629-1710 verschaften hem de gegevens en toonden aan dat er ieder jaar net iets meer jongetjes dan meisjes werden geboren. Hij toetste de hypothese dat dit toeval kon zijn bij gelijke kansen (=½) voor beide geslachten en kwam tot de conclusie dat die kans verwaarloosbaar klein was. De nul-hypothese moest dus worden verworpen: hier speelde niet het Toeval maar de Goddelijke Voorzienigheid de hoofdrol.

Zijn betoog was ongetwijfeld serieus bedoeld, hoewel de schrijver toch vooral beroemd werd als de satirische schepper van de figuur John Bull in zijn historische allegorie "De geschiedenis van John Bull" (1712). Zijn bijdrage aan de statistiek kan worden gelezen als een van de eerste keren dat de procedure van een statistische toetsing werd toegepast.

Arbuthnot's stelling bracht een levendige discussie op gang. Vooral in Frankrijk werd er nogal wat aandacht aan besteed. In 1713 verscheen een boek over hazardspelen ('Essay d'analyse sur les yeux de hazard') van Pierre Remond de Montmort. Daarin gaf de schrijver weer hoe Nicolas Bernoulli dit probleem had aangepakt. Stel dat, zoals de cijfers schijnen aan te geven, op elke 17 meisjes 18 jongetjes worden geboren, dus de 'a priori' kans voor een mannelijke geboorte stellen we op 18/35, dan is er een kans van 43,58 tegen 1 dat bij 14000 geboorten het aantal jongetjes minder dan 163 verschilt van de verwachte 7200. Maar ook in dit geval werd de a priori kans als hypothese gesteld en niet geschat volgens de weg die Bayes zou aangeven.

De intendant van de Koninklijke Tuinen, *George Louis Leclerc, comte de Buffon (1701-1788),* begon rond 1770 de verhouding tussen jongens en meisjes op te tekenen uit de geboortecijfers van de parochies in de omstreken van Montbard. Die verhoudingen verschilden nogal tussen de parochies. Was er toch een gemeenschappelijk kenmerk? Mogen we de uitkomsten bij elkaar optellen om een 'gemiddelde' verhouding te berekenen? Men dacht daarbij aan het vaasmodel van Bernoulli, maar niet zonder aarzeling, want hoe moest men p kiezen, de belangrijkste parameter van het model, namelijk de waarschijnlijkheid van de geboorte van een jongetje?

> Buffon speelde nog op andere wijze een rol in de geschiedenis van de statistiek: van hem stamt het begrip geometrische waarschijnlijkheid die optreedt als men een munt op een schaakbord werpt en wil berekenen hoe groot de kans is dat deze dan op een van de lijnen op het bord terechtkomt (het spel Franc-Carreau).
>
> Stel d = de diameter van de munt en a = de zijde van het vierkantje op het schaakbord. Het middelpunt van de munt kan op elke willekeurige plek

terechtkomen. Alleen als dat punt meer dan ½d van de lijn ligt, zal de munt de lijn niet raken (dus binnen het vierkant waarvan de zijde = a-d). De kans om de lijn niet te raken is derhalve: $(a-d)^2/a^2$.
Buffon formuleerde een soortgelijk probleem voor het geval een naald op een tafel wordt geworpen. Het staat in de statistische literatuur nog steeds bekend als 'het naaldprobleem van Buffon'.
Geometrische waarschijnlijkheden spelen een rol waar het om oppervlakten gaat: in de planologie bijvoorbeeld.

Laplace greep eveneens, teneinde een door hem ontworpen theorie te kunnen demonstreren, naar dit vraagstuk over de verhouding tussen jongens en meisjes bij de geboorte. Hij vond de volgende cijfers: tussen 1745 en 1770 waren in Parijs 252527 jongetjes geboren en 241945 meisjes, een verhouding dus van 1,044. In Londen vond hij tussen 1664 en 1757 de volgende aantallen geboorten: 737629 jongens en 698958 meisjes, een verhouding dus van 1,055. Laplace constateerde in beide gevallen dat de gedachte aan gelijke kansen voor beide geslachten onhoudbaar was, dus: $p > ½$. Hij ging vervolgens na of het verschil tussen Londen en Parijs iets toevalligs kon zijn dan wel echt iets betekende (significant was, zou een moderne statisticus zeggen). Hij verwierp de nul-hypothese en concludeerde dat er een kans van 300.000 tegen 1 is dat de mogelijkheid van geboorten van jongetjes in Londen groter is dan in Parijs. In Londen moest iets zijn dat daar, meer dan in Parijs, 'geboorten van jongens bevorderde, iets dat afhankelijk was van het klimaat, de voeding of bepaalde gewoonten'[12].

In Holland paste de wiskundige *Willem Jacob 'sGravesande (1688-1742)* soortgelijke berekeningen toe, welke in 1774 werden gepubliceerd.

In 1929 publiceerde de Encyclopaedia Britannica de volgende cijfers:

<u>Verhouding jongens:meisjes in diverse perioden en landen</u>

Periode	Engeland	Duitsland	Frankrijk	Nederland	Zweden
1876-1905	1,035	1,053	1,044	1,053	1,055
1906-1914	1,039	1,055	1,045	1,051	1,061
1915-1919	1,048	1,068	1,054	1,054	1,058
1921-1925	1,047	1,068	1,049	1,056	1,059

We zien hier, aldus het commentaar bij deze cijfers, niet alleen dat er steeds meer jongens dan meisjes worden geboren, maar ook dat dit cijfer tijdens en na de Eerste Wereldoorlog in de bij die oorlog betrokken landen een stijging vertoonde die in de neutraal gebleven landen niet in die mate voorkwam. Het zou Arbuthnot in hoge mate hebben bevestigd in zijn idee van een Goddelijke Voorzienigheid: hier zien we het corrigerende ingrijpen van de 'natuur' of de 'voorzienigheid' om te compenseren voor de plotseling verhoogde sterftekans voor jongemannen.

Hoofdstuk 7 : Het probleem van de sterrenkundigenHoofdstuk 7 : Het probleem van de sterrenkundigen

De ontdekking van de foutenkromme

De meeste wiskundigen, die zich bezighielden met kansrekening, waren ook astronomen. Sterrenkunde en kansrekening gingen lange tijd hand in hand. Galilei gaf de eerste definitie van het begrip 'waarschijnlijkheid'. Huygens bracht nieuws over de ring van Saturnus naar Parijs en keerde huiswaarts met Pascal's denkbeelden over de kansrekening. De binomiale verdeling van Newton kwam van de man die met zijn wet van de zwaartekracht de samenstelling van het zonnestelsel had verklaard. En Pierre Simon Laplace, die de kansrekening voltooide tot een bruikbaar statistisch instrument, besteedde een groot deel van zijn leven aan zijn vijfdelige 'Verhandeling over de hemelse mechanica' (Traité de mécanique céleste), waarvan de delen tussen 1799 en 1825 verschenen.

Dit samengaan van beide wetenschappen was geen toeval. De astronomen waren de eerste geleerden die ernstig worstelden met meetproblemen. Steeds nauwkeuriger werden de metingen, steeds hinderlijker de kleine afwijkingen tussen de ene waarneming en de andere.

In deze tijd ontwikkelden zij de statistische wetenschap evenwel tot een handzaam instrument voor hun problemen. Afwijkingen, zo werd geconstateerd, vertoonden een zekere regelmaat en in een aantal stappen werd ontdekt dat deze 'vergissingen' of 'fouten' een zgn. Normale Verdeling volgden.

De Moivre werkte de Binomiale Verdeling - $(p+q)^n$ - van Newton nader uit en kwam tot een eerste benadering van de Normale Verdeling.

> Wanneer we het aantal trekkingen groot genoeg maken, gaat de verdeling van de uitkomsten een opvallende klokvormige figuur vertonen. Hieronder laten we zien hoe de verdeling eruit ziet bij worpen met vijf dobbelstenen en bij 999 trekkingen uit een vaas met evenveel witte als zwarte balletjes.
> De Moivre berekende ook dat bij een zeer grote n de afstand van het midden tot het eerste buigpunt van deze kromme (tegenwoordig noemt men dat de 'standaard deviatie') gelijk is aan $\frac{1}{2}\sqrt{n}$. Dit komt overeen met de formule $\sqrt{pqn}$ waarin $p=q=\frac{1}{2}$.

Veel van het werk van De Moivre werd gepopulariseerd door *Thomas Simpson (1710-1761)*. Deze eenvoudige wever had, via zijn belangstelling voor de astrologie, zich met zelfstudie de geheimen van astronomie en wiskunde eigen gemaakt en werd tenslotte professor aan de militaire academie. Hij heeft als wiskundige niet zo'n grote naam, maar toch zette hij in 1755 een belangrijk stap in een lezing voor de Royal Society over zijn onderzoek naar de verdeling van 'vergissingen' bij het verrichten van sterrekundige waarnemingen. In zijn tijd was er nogal wat discussie over de methode die sterrenkundigen toepasten "om de onvolmaaktheid van hun instrumenten en hun zintuigen" te corrigeren door te werken met het gemiddelde van een reeks waarnemingen. Simpson richtte zich echter niet op de gemiddelde waarneming maar op het gemiddelde van de afwijkingen (fouten of vergissingen) in de waarnemingen en constateerde dat deze een symmetrische verdeling vertoonden welke later als de Normale Verdeling zou worden herkend. Hij stelde vast dat "de vergissing elke denkbare waarde kan hebben, een heel getal of een breuk, binnen bepaalde grenzen",

een continue verdeling dus.
Van de verdeling op basis van bekende kansen, waarvan gemiddelde en spreiding op basis van 'a priori' kennis berekend kunnen worden, waren we dus aangeland bij een continue verdeling van onzekere waarnemingen waaruit het gemiddelde (d.i. de werkelijke positie van het waargenomen object) moest worden geschat.

Ook *Pierre Simon Laplace* toonde zich jarenlang geïnteresseerd in de kansverdeling van vergissingen of fouten bij sterrenkundige waarnemingen. Stel dat je een aantal tijd-waarnemingen van een verschijnsel hebt, hoe schat je dan de werkelijke ('ware') tijd van dat verschijnsel? Laplace redeneerde dat de vergissingen symmetrisch verdeeld moesten liggen rond de ware tijd, want afwijkingen naar links zijn even waarschijnlijk als afwijkingen naar rechts. In de tweede plaats stelde Laplace dat grotere vergissingen minder waarschijnlijk waren dan kleinere.
In feite schetste Laplace de zgn. klokkromme van de Normale Verdeling, die ook wel foutenkromme wordt genoemd, maar het duurde enige tijd voor men de juiste formule te pakken had. De eerste pogingen van Simpson en Laplace toonden het beeld dat afbeelding hierboven laat zien.

De formule voor de Verdeling van Vergissingen werd uiteindelijk in zijn definitieve vorm gegoten door *Carl Friedrich Gauss (1777-1855)*. Ook hij publiceerde zijn bevindingen als een aanhangsel aan zijn verhandeling over de bewegingen van de hemellichamen rond de zon[13]. Hij was toen net 22 jaar. Als zoon van een arbeider kreeg dit wonderkind van de hertog van Brunswijk de kans te gaan studeren en in 1799 verwierf hij de graad van doctor. Vanaf 1807 tot aan zijn dood werkte hij ongestoord als directeur van de sterrenwacht en professor aan de universiteit van Göttingen. Zijn dagboeken tonen aan dat hij reeds als 17-jarige merkwaardige ontdekkingen begon te doen en dat de resultaten in zijn latere leven dikwijls vele jaren na hem door anderen werden bereikt.

Figure 3: De bekende foutenkromme van Gauss.

Er is vandaag de dag geen statistisch leerboek meer denkbaar zonder zijn 'Gauss-kromme'.

Weldra zou men ontdekken dat deze 'normale verdeling' niet alleen betrekking heeft op fouten of vergissingen, maar op ieder natuurlijk verschijnsel waarop een onnoemelijk aantal onbekende factoren van invloed zijn. Met die kennis begon de statistiek steeds meer aan betekenis te winnen.

We merken hierbij op dat in de normale verdeling de mediaan of middelste waarneming dezelfde waarde heeft als de modus (het hoogste punt van de kromme, dus de klasse met de meeste waarnemingen) en het rekenkundig gemiddelde μ dat wordt berekend met de formule:

$$\mu = \frac{\Sigma x_i}{N}$$

Een andere belangrijke ontwikkeling voor de statistiek, die omstreeks dezelfde tijd gestalte kreeg, was de zgn. methode van de kleinste kwadraten. Hieraan is de naam verbonden van *Adrien Marie Légendre (1752-1833)*.

Hoofdstuk 8 : De maakbaarheid van de samenlevingHoofdstuk 8 : De maakbaarheid van de samenleving

De eerste experimenten met sociale statistiek

Er waren niet alleen wiskundige en sterrenkundige problemen in de wereld. Met name in Frankrijk kwamen gedurende de achttiende eeuw ook de maatschappelijke problemen aan de orde. Op hun beurt zouden de pogingen daarvoor oplossingen te vinden eveneens een bijdrage leveren aan de groei van de statistiek.

Alom heerste in de intellectuele kringen van die dagen de opvatting dat de hele natuur en dus ook de maatschappij wordt beheerst door wetten die alles in evenwicht houden. Zoals de zwaartekracht de planeten in evenwicht houdt, zo zou de maatschappelijke harmonie verzekerd zijn door onbekende sociale wetten. Maar er moest iets mis mee zijn, gezien de zichtbare sociale problemen. In de winter van 1692/93 woedde in vele delen van Frankrijk een hongersnood; lijken werden opgegeten en kinderen door hun ouders gedood om hen niet van honger te laten omkomen. In 1739 zei de bisschop van Chartres dat de mensen in zijn diocees gras aten als schapen en stierven als muggen. Het werd tijd op zoek te gaan naar de wetten die de samenleving bestuurden om te ontdekken wat er verkeerd was gegaan.

Als statistisch pionier geldt voor Frankrijk *Sébastien le Prestle de Vauban (1633-1707)*, maarschalk van Frankrijk. Hij werd 'ingenieur des konings' en bouwde vele forten voor zijn vorst Lodewijk XIV. Hij maakte zich echter ook zorgen over de slechte toestand waarin de Franse boeren verkeerden. Daarom schreef hij een boek 'La dîme royale' (1707), waarin hij voorstelde ook de ambachtslieden en de kooplui te laten meebetalen aan de 'tienden', de oude middeleeuwse belasting die alleen door de boeren werd opgebracht. Zijn boek gaf ook cijfers: 1/10 deel van de bevolking bedelde, 5/10 was de bedelstaf nabij, 3/10 verkeerde in slechte omstandigheden door schulden e.d. en slechts 1/10 leefde er goed van, een 100.000 families van officieren, geestelijken, ambtenaren en enkele kooplui en renteniers. De koning verbood het boek onmiddellijk en De Vauban stierf letterlijk aan een gebroken hart: een paar dagen na het verbod overleed hij aan een hartaanval. Napoleon heeft zijn stoffelijke resten laten bijzetten in de kerk van het Hotel des Invalides.

Dromen over een betere samenleving vormden belangrijke brandstof voor het vuur van de Franse revolutie en de vrijmaking van de Verenigde Staten van Amerika. En om die dromen waar te maken vertrouwde men in sterke mate op de wetenschap. De mannen van 'De Verlichting' adopteerden met graagte het wereldbeeld van Newton waarmee ze zich immers konden afzetten tegen de leer van de Kerk. Hun geloof in de mogelijkheden van de natuurwetenschappen en de wiskunde was schier onbegrensd. Zelfs de dames uit de hogere standen werden door de algemene geestdrift voor de natuurwetenschappen aangestoken. De markiezin du Châtelet vertaalde en becommentarieerde Newton's 'Principia'. Ze was een betere wiskundige dan haar vriend Voltaire die haar dan ook grote lof toezwaaide.

Als jong meisje had Anne Louise Germaine de Necker, dochter van de Franse minister van financiën en toen nog niet gehuwd met de Zweedse ambassadeur baron de Staël-Holstein, al die dromers ontmoet in de salon van haar moeder. Daarbij bevonden zich de reeds genoemde Buffon, alsmede Diderot en d'Alembert die de Encyclopédie gestalte gaven.

"Waarom zou het op zekere dag niet mogelijk zijn", schreef *madame De Staël (1766-*

1817), "om tabellen samen te stellen die steunen op statistische gegevens en die het antwoord bevatten op alle vragen van politieke aard? De ontwikkeling van de kansberekening en van de statistiek maakt het mogelijk om het gemiddelde menselijke gedrag van tevoren te bepalen en te weten. Hoe groter de massa, des te groter de juistheid van de berekening"[14].

Jean LeRond d'Alembert (1717-1783) was de natuurlijke zoon van Claudine-Alexandrine Guérin, marquise de Tencin, wier vrijgevochten privé-leven in die tijd heel wat stof deed opwaaien. Het kind dat zij kreeg uit een verhouding met de officier Le Camus Destouches liet zij te vondeling leggen op de trappen van de kapel Saint-Jean-le-Rond. Zijn vader zorgde er evenwel voor dat zijn zoon een goede opleiding kreeg. Ondanks de grote betekenis van d'Alembert, met name door zijn medewerking aan de beroemde Encyclopédie, is hij in de geschiedenis van de kansrekening vooral bekend gebleven doordat hij er soms verkeerde denkbeelden over koesterde.

> Van hem is afkomstig de zgn. 'paradox van d'Alembert'. Hij riep de vraag op of de kans om tenminste eenmaal munt te gooien in twee worpen nu 3/4 of 2/3 was.
> De kansrekening zegt 3/4, immers: er zijn vier mogelijke uitkomsten (MM,MK,KM,KK) en in drie van die vier valt tenminste éénmaal munt.
> D'Alembert voert aan dat 'munt' reeds in de eerste worp worden gegooid en dan is de tweede worp niet meer nodig. Er zijn dus drie mogelijke uitkomsten (M,KM,KK) en in twee daarvan valt de munt, dus 2/3.
> Soortgelijke kritiek had Giles Persone de Roberval al eerder geuit op de aanpak van Blaise Pascal en d'Alembert herhaalde die denkfout nu in zijn 'Encyclopédie'.

Grote verdiensten had d'Alembert evenwel voor de statistiek doordat hij zich op zijn beurt ontfermde over Pierre Simon Laplace, de grootste wiskundige van Frankrijk in die jaren.

Een dromer was ook *Marie Jean Antoine Nicolas Caritat, marquis de Condorcet (1743-1794)*. Hij was de schrijver van de 'Verklaring van de Rechten van de Mens', de klaroenstoot van de Franse revolutie in 1789. In de Encyclopédie was het artikel over kansrekening van zijn hand, want ook op dit terrein had de idealistische markies zijn sporen verdiend. Hij was een der eersten die statistische beschouwingen wijdde aan de uitkomst van verkiezingen en van hem stammen de eerste denkbeelden over een sociale verzekering. De meeste mensen, zo stelde hij, zijn voor hun bestaan afhankelijk van de gezondheid van het hoofd van het gezin. Het toeval heerst hier. De dag van morgen is altijd onzeker. Hoe daarin te voorzien? Men moet, aldus Condorcet, het toeval met het toeval bestrijden. Een stelsel van onderlinge verzekering kan worden opgebouwd met behulp van wijze kansberekeningen en becijferingen volgens de leer der waarschijnlijkheid. "Het is een schone zaak voor de wetenschap der kansberekening om dit alles te becijferen en te bewerken, maar het moet dan ook door de wetenschap gedaan worden". Het zou meer dan honderd jaar duren voor deze praktische toepassing van de nieuwe wetenschap een kans zou krijgen, maar heden ten dage is een beschaafde maatschappij zonder sociale verzekering nauwelijks denkbaar.

Maar terwijl de Engelsman Richard Price bij zijn overlijden in 1791 door de Franse

Assemblée nog plechtig werd herdacht, eindigde Condorcet zijn leven tijdens de Terreur in de gevangenis, waar hij zich door zelfmoord aan de guillotine onttrok. Hij was een van de vele slachtoffers van het fanatieke idealisme dat zijn oorsprong vond in het grote misverstand van de Franse revolutie. Het was al begonnen bij Rousseau die nadrukkelijk onderscheid had gemaakt tussen wat 'de mensen' willen en de Algemene Wil, de wil van 'dè mens'. In zijn voetspoor poogden mannen als Robespierre met hun beruchte terreur 'de mens' gelukkig te maken al moesten ze daar nog zoveel mensen voor opofferen. Dit fatale onderscheid tussen 'dè mens' en de individuele mensen zou in de negentiende eeuw nog lange tijd een rol spelen, ook in de ontwikkeling van de statistiek.

Intussen waren niet alle dromers ervan overtuigd dat de wiskunde hen bij het verbeteren van de maatschappij zou kunnen helpen. De felste afwijzing werd verwoord door *Claude Henri de Rouvroy, graaf de Saint-Simon (1760-1825)*, die zijn titel aan de revolutie en zijn vermogen aan zijn idealen had prijsgegeven. In zijn jonge jaren had hij meegevochten in de Amerikaanse vrijheidsoorlog, een vergeefs huwelijksaanzoek gedaan bij de latere Madame de Staël en voor Napoleon een boek geschreven dat aangaf hoe de wetenschap zich in de komende negentiende eeuw diende te ontwikkelen. Voor dat

laatste had hij veel gelezen en gestudeerd. Vier schrijvers kregen uitvoerig aandacht: Lagrange en Laplace, Condillac en Condorcet. Laplace en Condorcet noemden we al. Joseph Louis Lagrange (1736-1813) was als wiskundige even belangrijk als Laplace. Hij presideerde de commissie die het metrieke stelsel ontwierp en introduceerde. De moderne functieanalyse en differentiaalrekening volgen hem nog steeds. Bij hem wordt ook de eerste verwijzing naar de later zo belangrijke multivariate normale verdeling gevonden. Condillac, leerling van Locke en voorloper van de psychologen, heeft minder blijvende roem voor zich weten te vergaren, maar legde toch, evenals Berkeley, de grondslag voor de associatie-psychologie. En volgens sommigen is de associatie voor de geest wat de zwaartekracht voor de materie is.
Maar omstreeks 1813 had Saint-Simon veel van zijn geloof in de bruikbaarheid van de wiskunde verloren en schreef hij: "...wiskundigen, welk recht hebt u om zo'n vooraanstaande plaats in de wetenschappen in te nemen? De mensheid is verwikkeld in een der grootste crises in zijn bestaan; wat doet u eraan? Welke middelen hebt u om de maatschappelijke orde te herstellen? Europa wordt gewurgd: wat doet u om deze slachting een halt toe te roepen?- Niets.- Wat zeg ik? U zelf bent het die de vernietigingsmiddelen perfectioneert: u bent het die ze bestuurt. In alle legers ziet men u bij de leiding over de artillerie; u bent het die de aanvallen op de steden richt. Nogmaals, wat doet u voor de vrede? - Niets! - Wat kunt u doen? - Niets! Kennis van de mens is de enige weg om te ontdekken hoe het belang van de mensheid kan worden geholpen en met die studie houdt u zich niet bezig. Verlaat uw studeervertrek, verlaat uw ereplaatsen, wij zullen die in uw plaats innemen"[15].

Het begin van de sociologieHet begin van de sociologie

De hartstochtelijke Saint-Simon zou vele volgelingen krijgen. Niet de minst belangrijke daarvan was zijn secretaris *Auguste Comte (1798-1857)*, de 'vader' van de sociologie. Hoewel die sociologie heden ten dage nauwelijks zonder het vak 'statistiek' zou kunnen functioneren, had Comte er evenals zijn leermeester een afkeer van. In felle bewoordingen bekritiseerde hij o.a. Condorcet en "de valse pretentie" van velen dat sociale studies er voordeel van zouden hebben als ze zich zouden onderwerpen aan de "bedrieglijke mathematische theorie der kansen[16]".
De opwinding van Comte en zijn aanhangers richtte zich vooral tegen *Siméon Denis Poisson (1781-1840)*, die zich aan het einde van een vruchtbaar wetenschappelijk leven (hij schreef over hemelmechanica, capillariteit, elasticiteit, warmte, magnetisme, enzovoorts) aan de statistiek was gaan wijden. Hij was de eerste die de door Laplace en anderen ontwikkelde kansmodellen ging toepassen op sociale gegevens en wel op de mate waarin de Franse juryrechtspraak tot veroordelingen leidde. Met een modern aandoende statistische toets kwam hij tot de conclusie dat schijnbare veranderingen daarin als toevallig konden worden verklaard. Het was deze toepassing van de statistische methode op "zaken waarbij de onwetendheid en de emoties van mensen een rol spelen" die de tegenstanders van Poisson gevaarlijk bedrieglijk vonden in velerlei opzicht.
Poisson heeft zijn naam evenwel voorgoed gevestigd doordat zijn in 1837 verschenen boek op één bladzijde[17] enige opmerkingen bevatte over een door hem geformuleerde verdeling. Deze zou zijn naam in alle handboeken over statistiek vereeuwigen. Hij leidde uit de binomiale verdeling de naar hem genoemde Poisson-verdeling af, welke geldt als de kans dat iets gebeurt in verhouding tot het aantal mogelijkheden zeer gering is, bijvoorbeeld de kans dat op een kruispunt een ongeluk gebeurt.

De Poisson-verdeling begon zijn opmars in de toegepaste statistiek eerst goed door *Ladislaus von Bortkiewicz (1868-1931)*, die er gebruik van maakte bij een onderzoek naar de ongelukken in het Pruisische leger die het gevolg waren van trappen van paardehoeven.

Maar die ene bladzijde van Poisson had eerder al de aandacht getrokken van *Antoine-Augustin Cournot (1801-1877).* Deze statistiscus is in velerlei opzicht het vermelden waard. Van hem stamt de zgn. 'regel van Cournot', de afspraak dat een gebeurtenis waaraan een zeer kleine waarschijnlijkheid is verbonden, als onmogelijk mag worden beschouwd. Hij publiceerde het eerste leerboek statistiek in 1843[18]. Het voorwoord gaf als doelstelling: "de regels van de kansrekening brengen naar degenen die de hogere wiskunde niet hebben beoefend, regels die nodig zijn om een helder idee te krijgen over de precisie van metingen bij wetenschappelijke waarnemingen, over de waarde van cijfers in statistieken en over de voorwaarden die leiden tot het succes van commerciële ondernemingen".
Zijn tweede bijdrage was een boek over economische vraagstukken, dat bij zijn verschijning niet veel aandacht trok maar waarvan later is erkend dat het vooruitliep op de begrippen van de mathematische economie. Toch had Cournot ook zijn bedenkingen tegen het gebruik van de kansrekening in de sociale wetenschappen. Sociale gegevens kunnen op verschillende manieren worden geclassificeerd. Er is nauwelijks een grens aan de mogelijkheden. Neem bijvoorbeelde de verhouding tussen jongens en meisjes bij de geboorten. Cournot wilde hierop nog wel een significantietest toestaan als het ging om de vergelijking tussen wettige en onwettige geboorten of tussen stad en platteland, want dergelijke indelingen zijn a priori van belang. Maar een nieuwsgierige onderzoeker zou door kunnen gaan met indelingen naar de leeftijden van de ouders, hun beroep, hun welstand, hun godsdienstige overtuiging, het seizoen, eerste of tweede huwelijk, enzovoorts. "Het is duidelijk", schreef Cournot, "dat als het aantal indelingen grenzeloos stijgt, dat het dan a priori meer en meer waarschijnlijk wordt dat tenminste één indeling een significant verschil laat zien". Het is een kritiek die weinig aan actualiteit heeft ingeboet. Dat geldt met name voor zijn waarschuwing dat men geen hypotheses moet formuleren op basis van beschikbare gegevens om die hypothese vervolgens op diezelfde data te gaan toetsen. Stel dat men, aldus Cournot in een voorbeeld, in een van de 86 departementen van Frankrijk een afwijkende verhouding vindt in de geboorten van jongens en meisjes. Dan kan daaruit alleen een 'a posteriori' waarschijnlijkheid worden afgeleid, als we er zeker van zijn dat het betreffende departement 'at random' was geselecteerd, alsof z'n naam was getrokken uit een vaas met de namen van alle departementen op 86 kaartjes. En dus niet was gekozen om z'n afwijkende cijfers.
Toch ging men er bij al deze beschouwingen van uit dat **alle** gegevens beschikbaar waren. Dat men iets over de werkelijkheid aan de weet zou kunnen komen door niet het geheel maar een steekproef daaruit te onderzoeken, was als idee nog nauwelijks aan de horizon verschenen.

Hoofdstuk 9 : Het ideaal van de gemiddelde mensHoofdstuk 9 : Het ideaal van de gemiddelde mens

De statistiek wordt algemeen en stelselmatig

Het woord 'statistiek' heeft een wat duistere oorsprong. Weliswaar kwam in het midden van de zeventiende eeuw de uitdrukking 'ars statistica' in zwang, maar dat was afgeleid van het woord 'statista', barbaars Latijn voor wat men thans een staatsman noemt. Het gebruik van het woord 'statistiek' in dat verband schijnt zijn oorsprong te vinden bij *Herman Conring (1606-1682)*, een veelzijdige geleerde die in Leiden en Helmstedt studeerde. Evenals Descartes werd hij in 1650 door koningin Christina van Zweden naar Stockholm gehaald. Als hoogleraar in het staatsrecht heeft hij voor dat vak volkomen nieuwe wegen geopend. Hij gaf een 'Collegium Political-statisticum', maar statistiek in de moderne betekenis van het woord behelsde dat nog niet.
De naam 'politieke rekenkunde' heeft enige tijd opgeld gedaan, maar de term "Statistiek" kreeg in de universitaire wereld toch de overhand sinds *Gottfried Achenwall (1719-1772)* in 1748 aan de universiteit in Göttingen een college gaf onder de naam "Notitia politica vulgo statistica". Zijn leerboek over statistiek schijnt lange tijd als het beste compendium te zijn gebruikt en hij werd als de grondlegger van de algemene en stelselmatige statistiek beschouwd, hoewel hij het vak opvatte als 'Lehre von den Staatsmerkwürdigkeiten' en aan numerieke gegevens een ondergeschikte rol toekende. In ieder geval gaf hij, wellicht door zijn leerboek, het vak de naam die het nog altijd draagt.

In Achenwall's tijd leefde ook de werkelijke pionier op dit gebied in Duitsland: *Johann Peter Süszmilch (1707-1767)*. Deze veldprediker, die naast theologie en filosofie ook wis- en natuurkunde had gestudeerd, was zich met statistiek gaan bezighouden. Hij nam, zou men kunnen zeggen, het initiatief tot de eerste enquête, want zijn gegevens verzamelde hij door de predikanten in het rijk van Frederik de Grote te vragen hem uittreksels uit de kerkelijke registers te sturen. Van meer dan duizend dorpen kreeg hij die en in 1741 publiceerde hij er een beroemd geworden boek over[19]. De regelmaat, die in de cijfers naar voren kwam -zoals de vaste verhouding tussen jongetjes en meisjes bij de geboorten - beschreef hij als een buitengewoon groots, schoon en volmaakt systeem waarin de hand van God kon worden herkend.
Naast Achenwall en Süssmilch leverde ook *August Ludwig von Schlözer (1735-1809)* bijdragen aan de ontwikkeling van de statistiek in Duitsland. Omstreeks 1800 had het vak al een plaats veroverd aan de meeste universiteiten.
De wiskundigen van de negentiende eeuw brachten hun tijd niet meer door in de salons van de aristocratie. Zij verdienden hun brood als hoogleraren aan universiteiten en instituten. Verbonden als ze waren aan die nationale instituten, verschenen hun werken ook steeds minder in het Latijn en meer in de landstaal. Internationale contacten en invloeden bleven er echter, hoewel de eeuw van het nationalisme was begonnen.
De eerste keer dat in Engeland het woord 'statistiek' in zijn huidige betekenis werd gebruikt was door sir John Sinclair die een omvangrijk 'Statistical Account of Scotland (1791-1799)' samenstelde.
In Nederland gaf professor *Adriaan Kluit (1735-1807)*, vermaard historicus, aan het eind van zijn leven enige jaren onderwijs in de statistiek, waartoe hij in 1806 de opdracht had aanvaard. Hij heeft niet veel aan het vak kunnen bijdragen want in 1807 kwam hij

om het leven bij de bekende ramp van Leiden, toen door de ontploffing van een kruitschip een deel van de stad werd weggeblazen en meer dan 150 mensen werden gedood.
De groeiende belangstelling voor statistiek en statistische gegevens heeft ongetwijfeld mede geleid tot het bekende besluit van Napoleon dat Europa een "burgerlijke stand" nodig had. De overheid toonde steeds meer belangstelling voor het verzamelen van gegevens. Dat het met de betrouwbaarheid daarvan vooreerst niet wilde vlotten blijkt uit de waarschuwing die de Staten van Overijssel tot de regering richtten, toen zij in 1816 verschillende statistische gegevens inzonden: "Men heeft wel is waar sedert eenige jaren meer dan eens Statistieke Tabelle vervaardigd, den Landbouw, Fabrieken en Handel concernerende, dan die eenigsints met de zaak bekend is weet, hoe weinig waarheid in dezelve over het algemeen gevonden wordt"[20].
De eerste volkstellingen vonden plaats in Canada en in de Scandinavische landen (Zweden 1748, Noorwegen en Denemarken 1769), de Verenigde Staten volgden in 1790 en Engeland in 1801. Maar om met die gegevens iets te kunnen doen, moesten eerst de nodige technieken worden ontwikkeld.

De Belgische geleerde *Lambert Adolphe Jacques Quételet (1796-1874)* kan gezien worden als de grondlegger van de moderne sociale statistiek. Deze man met zijn onbegrensde energie schreef in zijn werkzame leven twaalf boeken, richtte een tijdschrift op en stichtte het observatorium te Ukkel, waar zijn standbeeld staat. Hij schreef gedichten en het libretto voor een opera, maar was vooral wat je een 'ondernemer in wetenschap' zou kunnen noemen. In zijn vaderland was Quételet vooral werkzaam als astronoom en meteoroloog, maar internationaal was hij bekend als statisticus en socioloog.
Zijn bijdragen aan de statistische wetenschap zijn achteraf dikwijls bekritiseerd. Hij was misschien wat haastig in zijn conclusies en wat naief in zijn vooronderstellingen, maar hij maakte de mogelijkheden van het vak wel zichtbaar.
In 1824 leek Adolphe Quételet nog alle vertrouwen te hebben in de denkbeelden van Laplace en poogde hij met diens methode het totaal van de Nederlandse bevolking te schatten. Maar toen hij betrokken raakte bij de voorbereidingen tot de eerste grote Volkstelling in 1829, had hij die ideeën vaarwel gezegd en zag hij slechts heil in de volledige telling van alle onderdanen. Tot zijn verdediging moet wel worden opgemerkt dat de steekproeftheorie in zijn huidige vorm ook nog geenszins beschikbaar was.
De afwijzing van het gebruik van steekproeven werd duidelijk ver

woord door Baron de Keverberg, die optrad als adviseur des konings (België en Nederland vormden toen nog één koninkrijk). In 1827 schreef hij in een memorie:
"In mijn opinie is er maar één manier om nauwkeurige gegevens over de bevolking te verkrijgen en dat is door een actuele en complete volkstelling, het opstellen van een register met de namen van alle inwoners met hun leeftijden en beroepen"[21].
Quételet wierp zich met ijver op de taak die eerste grote volkstelling goed voor te bereiden. Hij hield zich bezig met de inrichting van formulieren, de kwaliteit van de tellers, de soorten vragen die gesteld moesten worden, methoden van classificatie en presentatie, en het afleiden van wetmatigheden uit de resultaten. Dit alles bereidde hem voor op de grote faam die hij als statisticus zou verwerven.
Die faam berustte vooral op de in 1835 verschenen twee delen van 'Physique sociale' (Over de mens en de ontplooiing van zijn talenten of proeve van een physica der maatschappij), al bezorgden die hem een nijdige reprimande van August Comte omdat hij de term 'sociale fysica' aan hem had ontleend. Comte maakte zich kwaad over dit "gepleegde misbruik door een Belgische geleerde, die de uitdrukking heeft overgenomen als titel van een boek dat slechts uit statistieken bestaat[22]". Helemaal onterecht was die kritiek niet, want erg diepgravend waren de analyses van Quételet niet. Ze legden geen oorzaken bloot, nog minder gaven ze wegen ter verbetering aan. Maar meer dan wie ook in zijn tijd gaf hij cijfers, feiten die op de werkelijkheid waren gebaseerd. En dat was het nieuwe.

In 1823 had hij korte tijd Parijs bezocht en een cursus 'kansrekening' gevolgd. Hij keerde huiswaarts met een idee dat uitermate vruchtbaar zou blijken: hij onderzocht systematisch allerlei verschijnselen en constateerde dat die, wanneer ze grafisch werden voorgesteld, de figuur van de 'kanskromme' of normale verdeling vertoonden.
Gegrepen als hij was door deze vondst, paste hij die toe op iedere cijferreeks waar hij de hand op kon leggen. Latere geleerden hebben zijn manie spottend 'Quetelisme' genoemd, want achteraf was die toepassing lang niet altijd terecht.
Naast gegevens uit volkstellingen werd een steeds belangrijker bron voor Quételet's beschouwingen gevormd door allerlei metingen bij mensen: lengte, borstomvang, schedelomvang. Het zou weldra uitgroeien tot een nieuwe tak van wetenschap: de antropometrie.

In Schotland had een kleermaker, die uniformen voor de soldaten moest vervaardigen, bij 5738 manschappen de maat laten nemen. De tabellen die hij opstelde zijn in de statistische literatuur van de 19e eeuw herhaaldelijk gebruikt en dat is niet zo verbazingwekkend. Feitelijk werden hier voor het eerst - op basis van een steekproef - zogenaamde 'kruistabellen' gepresenteerd met de lengten van de mannen in de rijen en hun borstomvang in de kolommen. Het waren mooie cijfers om iets over een tweevoudige, bivariate normale verdeling te zeggen en de samenhang of correlatie tussen die twee maten te onderzoeken, maar zover was de statistiek nog niet. Quételet gebruikte de cijfers alleen om er de verdelingen naar lengten en naar borstomvang, ieder apart, uit te abstraheren.
Het plaatje van de frequentie-verdeling naar borstomvang toont inderdaad een treffende gelijkenis met dat van de normale verdeling. Bij de interpretatie hiervan maakte Quételet helaas een fatale fout. De normale verdeling was tot hem gekomen als een 'foutenkromme' en dus redeneerde hij dat de gevonden verdeling ook het gevolg kon zijn van 'fouten'. Het maakt geen verschil, zo stelde hij, of we metingen hebben van 5738 verschillende individuele manschappen of 5738 metingen door verschillende

mensen verricht bij één en dezelfde man. In het eerste geval zien we de 'fouten' van de natuur, in het tweede geval die van de metende mensen. In wezen was voor hem het gemiddelde belangrijker dan de spreiding, die immers slechts de 'afwijkingen' of 'fouten' liet zien. En dus constateerde hij dat de metingen aantoonden hoe de natuur als 't ware mikt op een ideaal type, de standaard van schoonheid waar de natuur naar streeft zoals een boogschutter mikt op het midden van de roos.

Dit beeld van de 'gemiddelde man' sloeg in het politieke klimaat van zijn tijd enorm aan. Het heeft in de kranten tot vandaag een zekere populariteit behouden. "Gelijkheid' was immers één van de drie ideaalbegrippen uit de revolutie. Het liberalisme legde het politieke zwaartepunt bij de 'gewone' burger, niet bij de adel daarboven, noch bij de paupers daaronder. Dit gedachtengoed had een brede aanhang verworven in de samenleving en dat verklaart wellicht de positieve ontvangst die het begrip 'gemiddelde man' vele jaren heeft genoten. "Wie alle eigenschappen van de gemiddelde man bezit vertegenwoordigt alles dat groot, goed en mooi is", zo draafde Quételet door[23]. Cournot, die we al eerder als een kritisch begeleider van statistische ontwikkelingen zagen optreden, noemde dit beeld van een gemiddelde man evenwel een 'onbestaanbaar gedrocht'.

De geboorte van de demografieDe geboorte van de demografie
Door de burgerlijke stand en de volkstellingen kwamen steeds meer gegevens beschikbaar over geboorte, sterfte, huwelijk en migratie. De wijze waarop Quételet demonstreerde hoe men uit deze cijferreeksen allerlei interessante conclusies kon trekken, leidde tot de geboorte
van een nieuwe wetenschap: de demografie. Het was de Fransman *Achille Guillard*, die in 1855 deze naam voor het eerst gebruikte in de titel van zijn boek 'Elements de statistique humaine ou démographie comparée'. Weldra vond de nieuwe wetenschap alom ingang.
Louis Adolphe Bertillon (1821-1883) had eigenlijk werktuigkundig ingenieur willen worden, maar werd tenslotte dokter van beroep. Deze mengeling van interesses leidde hem tot het ontwerpen van allerlei instrumenten voor het meten van mensen. Daardoor werd hij een van de oprichters van de school voor antropologie in Parijs. In 1876 werd hij in die stad benoemd tot professor in de demografie. Hij is eigenlijk vooral bekend om twee wat merkwaardige redenen: ten eerste om een statistische vergissing, ten tweede om een zoon die eerst niet wilde deugen maar later beroemd werd.

De statistische vergissing betrof zijn ontdekking van een twee-toppige normale verdeling, toen hij een grafiek maakte van de lengten der mannen in het Departement Du Doubs (zie illustratie). Hij en met hem anderen leidden daaruit af dat de bewoners van het departement uit twee onderscheiden rassen waren samengesteld, de Kelten en de Bourgondiërs, die in grootte verschilden. Een latere onderzoeker toonde evenwel aan dat de schijnbare twee-toppigheid was ontstaan doordat Bertillon de oorspronkelijke gegevens (met een klassebreedte in centimeters) had overgebracht in de oudere maten van voeten en duimen. Dan krijg je het volgende (de oude Franse 'voet' is ca 32,5 cm, de duim ca 2,7 cm):
in klasse 5 voet - 5 voet 1 duim vallen de centimeters 163, 164, 165 (3x).
in klasse 5 voet 1 duim - 5 voet 2 duim vallen de lengten 166 en 167 (2x).
in klasse 5 voet 2 duim - 5 voet 3 duim vallen de lengten 168, 169, 170 (3x).
Door deze 'vertaling' in een andere maat lijkt de middelste van deze drie klassen dus minder mensen te omvatten en ontstaat een 'deuk' in de verdelingskromme.

De oudste zoon van Bertillon, *Jacques Bertillon (1851-1922)*, trad in het voetspoor van zijn vader en werd het hoofd van het Franse statistische bureau en in 1885 directeur van de 'Annales de Démographie'. Maar zijn jongere zoon, Alphonse Bertillon (1853-1914), had een wat moeilijker start van zijn carrière. Hij werd van verscheidene scholen gestuurd en werd uiteindelijk klerk op de Prefectuur van Politie waar hij formulieren moest invullen en overschrijven. Bertillon ergerde zich aan de weinig wetenschappelijke wijze van werken bij de politie; die was in strijd met alles wat hij van zijn vader had geleerd. Hij begon een eigen methode te ontwikkelen, gebruikmakend van alles wat hij wist over metingen en statistiek, en legde zo de grondslag voor het thans overal in gebruik zijnde systeem voor de identificatie van criminelen, het zgn. 'portrait parlé' (sprekende portret).
Hij werd er wereldberoemd mee, maar hij heeft nooit goed kunnen verkroppen dat op de duur zijn systeem grotendeels werd vervangen door de identificatie middels vingerafdrukken. Dat was vooral het werk van Sir Francis Galton. Over hem straks meer.

Quételet's methode om gegevens te 'passen' in de normale verdeling vond bij veel onderzoekers navolging en kritiek. Een daarvan was de Duitse statisticus en econoom *Wilhelm Hector Richard Albrecht Lexis (1837-1914)* , die zich eveneens met een wiskundige achtergrond op de studie der sociale wetenschappen had gestort. Zijn veelzijdigheid blijkt uit zijn benoemingen: 1872 professor economie in Straatsburg, aardrijkskunde en volkenkunde te Dorpat in 1874, economie in Freiburg (1876) en Breslau (1884) en tenslotte politieke wetenschappen te Göttingen vanaf 1887 tot zijn dood. Hij is vooral bekend gebleven door de zgn. 'Lexis ratio', het getal Q dat een maatstaf is voor de mate waarin waarnemingen afwijken ten opzicht van de verwachte waarde. Het zegt iets over het contact tussen Engeland en het continent op statistisch gebied dat het tot 1924 duurde voor deze maatstaf door Fisher werd herontdekt. Lexis gebruikte deze maatstaf vooral om aan te tonen dat de veronderstelling van Quételet dat allerlei gegevens de normale verdeling volgen lang niet altijd opgaat.
Bij het bestuderen van de sterftetafels, die geenszins een normale verdeling volgen, kwam hij tot een constructie waarbij hij een onderscheid maakte tussen 'voortijdig sterven' en 'normaal sterven'. Kindersterfte vormde dan nog een aparte categorie [24]. Lexis was de eerste die zich ook verdiepte in de statistische problemen van tijdseries: in

welke mate zijn fluctuaties in indexcijfers toevallig dan wel gevolg van een bepaalde oorzaak?

De invloed van Quételet is bijzonder groot geweest, niet in het minst door zijn eigen krachtdadige werkzaamheid. In zijn eigen land richtte hij een vereniging voor de statistiek op en hij stond ook in 1834 aan de wieg van de Statistical Society (later de Royal Statistiscal Society) in Engeland. Hij was werkzaam geweest als huisleraar van prins Albert, voor die met koningin Victoria trouwde, en had de banden kennelijk aangehouden. De prins-gemaal werd in 1840 beschermheer van deze Londense vereniging. In het eerste nummer van de 'Journal of the Statistical Society' stond geschreven: "De geest van deze eeuw streeft ernaar de mensen van verstand in contact te brengen met de taal der cijfers... Niemand kan blind zijn voor het veld winnen van de algemene overtuiging dat op het terrein van de maatschappijwetenschap beginselen zich alleen voor praktische toepassing lenen voorzover ze op de juiste wijze zijn afgeleid van nauwkeurig waargenomen en methodisch geclassificeerde feiten"[25].
Dat was gericht tegen de dromers en utopisten en bovendien een hernieuwde verwoording van het aloude empirisme: onderzoek moest de verborgen sociale wetten aan het licht brengen en de leden van de Statistical Society wilden de methodiek daarvoor ontwikkelen.
In Manchester, het hart van het Engelse industriegebied, was eveneens een statistische vereniging opgericht. Deze verklaarde behulpzaam te willen zijn "bij het bevorderen van een voortschrijdende sociale verbetering in de levensomstandigheden van de fabrieksarbeiders in onze omgeving".
De Londense vereniging was wat terughoudender in dat opzicht. Die wilde zich beperken tot de feiten en wel met name tot "die feiten die zich lenen voor numerieke weergave en rangschikking in tabellen". Dat leidde ertoe dat zelfs het voorstel om dagelijks te meten hoeveel paardemest er in de binnenstad werd gedeponeerd, serieus werd overwogen (en afgewezen), maar de Engelse samenleving kon de ogen niet meer sluiten voor de sociale problemen.

Wellicht een van de beroemdste volgelingen van Quételet was de Engelse 'lady with the lamp' *Florence Nightingale (1820-1910)*. De wantoestanden die zij in het hospitaal te Scutari tijdens de Krimoorlog (1854) ontmoette, brachten haar ertoe haar leven te wijden aan de verbetering van de medische verzorging in het leger. Om dat te bereiken en door een muur van onwil en achteloosheid heen te breken, heeft zij Engelands eerste minister en de andere verantwoordelijke autoriteiten als 't ware gebombardeerd met statistieken. Dat was niet alleen volstrekt nieuw in die tijd, maar nog meer verbazing mag het wekken dat het kwam van een vrouw. Dat van vrouwen iets anders werd verwacht, was sinds haar jeugd een van de grootste hinderpalen in het streven van Florence Nightingale, die haar voornaam dankte aan de stad waar zij geboren was. Alle aspecten van de statistische wetenschap moest zij zich eigen maken door ze te bestuderen of ze zelf te bedenken. Adviezen kreeg ze van William Far (1807-1883), die zich in Engeland bezighield met bevolkingsgegevens op een wetenschappelijke grondslag. In 1858 publiceerde zij haar "Notes on Matters Affecting the Health, Efficiency, and Hospital Administration of the British Army. Founded Chiefly on the Experience of the Late War". Dit boek was rijk geïllustreerd met staafdiagrammen en cirkeldiagrammen en de tabellen gaven overtuigende cijfers. Toen haar tegenstanders, met name Dr John Hall, het hoofd van de medische staf in de Krim, poogden haar betoog te weerleggen met misleidende statistieken, gaf ze hen lik op stuk.

In 1858 werd ze gekozen tot 'Fellow of the Royal Statistical Society' en in 1874 werd ze erelid van de Amerikaanse statistische organisatie. Mede door haar werkzaamheden kreeg het leger weldra een eigen statistische afdeling.

Een van de statistische pioniers in Nederland was *Jhr Jeronimo de Bosch Kemper (1808-1876)*, jurist, econoom, historicus en vader van Jeltje, de pionierster van de Nederlandse vrouwenbeweging. Hij schreef een 'Geschiedkundig Onderzoek naar de Armoede in ons Vaderland', waarin hij aantoonde dat gebrekkige statistieken een verkeerd beeld kunnen geven: niet de mate van armoede werd gemeten maar de mate van weldadigheid. Hij publiceerde in 1849 statistische gegevens in een jaarboekje, dat in 1856 werd voortgezet door de Vereniging voor Staathuishoudkunde. Deze vereniging richtte in 1884 te Amsterdam een Statistisch Instituut op, dat tot 1892 bestond. In 1899 trad het Centraal Bureau voor de Statistiek (CBS) in werking.

Hoofdstuk 10 : De erfelijkheidsleer treedt aan.Hoofdstuk 10 : De erfelijkheidsleer treedt aan.

Het begin van de bivariate analyses.

Wat Newton betekende voor de zeventiende en achttiende eeuw, was *Charles Darwin (1890-1882)* voor de negentiende eeuw. Zijn evolutieleer over de 'Oorsprong der Soorten', de daaraan verbonden 'strijd om het bestaan', waaruit de besten als overwinnaars tevoorschijn kwamen, de aantasting van het Bijbelse scheppingsverhaal, het werd alles ingezogen als de nieuwe waarheid door de zelfbewuste burgers van zijn tijd. Hij was op het spoor gekomen van zijn baanbrekende theorie door wat hij bij Malthus had gelezen.

In het voetspoor van de evolutieleer werd aan onderwerpen als erfelijkheid en natuurlijke selectie in de loop van de negentiende eeuw veel onderzoek en nog meer discussie gewijd. Feitelijk duurt die discussie voort tot op de huidige dag. Het onderwerp had politieke implicaties: de natuurlijke selectie in de strijd om het bestaan geeft ruim baan aan de liberale vrijheid van handelen en als bepaalde kwaliteiten (intelligentie) erfelijk zijn, dan kan men ook pleiten voor rechten en voorrechten op grond van afkomst en geboorte. Bovendien gaf het voedsel aan de gedachte dat met een wat zorgvuldiger partnerkeuze gewerkt kon worden aan de verbetering van het menselijk geslacht.

Dat de kansrekening van toepassing is op natuurlijke verschijnselen werd aangetoond door *Gregor Johann Mendel (1822-1884)*. Wonend en werkend in het Augustijner klooster te Brno kwam hij na vele proeven met verschillende soorten erwten in de binnentuin van het klooster tot de opstelling van zijn wetten: de verdeling van de eigenschappen over de nakomelingen volgt de toevalsverdeling.

> De 'genen' die de erfelijke eigenschappen doorgeven, bestaan in paren, welke zich splitsen bij de voortplanting en in de nakomeling een nieuw paar vormen. Uit AA en aa ontstaat Aa. Gaan deze nakomelingen met Aa zich voortplanten, dan ontstaat een generatie met AA (1x), aa (1x) en weer Aa (2x). Nu kan bijvoorbeeld A dominant zijn, wat betekent dat nakomelingen met Aa hetzelfde uiterlijk vertonen als AA. Kruist men twee raszuivere erwten, waarvan alleen de grootte verschillend is en de grootste is dominant, dan ontstaat uit GG en kk een grote erwt met Gk. De volgende generatie heeft dan 3 grote erwten (1xGG,2xGk) tegen 1 kleine (kk). Onderlinge kruisingen van al deze soorten, leveren de volgende nakomelingschap:

GG x GG (1x):	4:0	4 grote
GG x Gk (2x):	4:0	8 grote
GG x kk (1x):	3:1	3 grote, 1 kleine
Gk x Gk (3x):	3:1	9 grote, 3 kleine
Gk x kk (2x):	2:2	4 grote, 4 kleine
kk x kk (1x):	0:4	4 kleine

> Totaal dus op 40 nakomelingen 32 grote en 8 kleine.

De bescheiden Mendel publiceerde zijn bevindingen in een plaatselijk tijdschrift (1865-

1869). De wetenschappelijke wereld nam er op dat moment geen kennis van. Het zou tot na 1900 duren voor de geleerden zijn wetten algemeen aanvaardden en opnamen in de biologische literatuur.

Een van de mensen die de artikelen van Mendel helaas niet hadden gelezen, was *Francis Galton (1822-1911)*, een neef van Charles Darwin. Maar misschien zouden we dan verstoken zijn gebleven van een andere belangrijke ontdekking, nl. die van de correlatierekening. Deze zoon van een bankier studeerde aanvankelijk medicijnen, maar een erfenis maakte het hem mogelijk te gaan doen waar hij zin in had. Dat was in eerste instantie het doen van ontdekkingsreizen in het toen nog grotendeels onbekende Afrika (1850-1852). In de zestiger jaren wierp hij zich op de meteorologie en vervaardigde als eerste een weerkaart waarop te zien was hoe de windrichtingen bepaald worden door hoge- en lagedruk-gebieden. Galton legde in 1892 de grondslag voor de methode van identificatie op basis van vingerafdrukken. Zijn hele leven was hij bezeten van cijfers: hij turfde het aantal mooie vrouwen en het aantal leugenaars dat hij op zijn reizen in verschillende plaatsen ontmoette.
Het boek van zijn neef Charles Darwin over de evolutie 'Origin of Species' (1859) bracht hem vermoedelijk tot de studie van de erfelijkheidsleer. Hij was ervan overtuigd dat de menselijke soort kon worden verbeterd door zorgvuldige selectie bij de voortplanting, een gedachte die tot afschuwelijke consequenties heeft geleid in Nazi-Duitsland, maar niettemin nog in 1986 praktische toepassing vond in Singapore, waar men maatregelen nam om vrouwen met een hogere opleiding te bewegen meer kinderen te krijgen met het doel de bevolking kwalitatief te verbeteren. Galton gaf er in 1883 de naam 'eugenics' aan, afgeleid van het Griekse woord voor 'welgeboren'. Hij 'bewees' dat genialiteit erfelijk was en vooral voorkwam bij de Britten.
In 1863 maakte Galton kennis met de methode van Quételet. Hij paste die toe op examenresultaten en vond ook daarin de normale verdeling. Maar de aardigste bijdrage van Galton was misschien wel dat hij, in de lijn van de Engelse traditie, een experiment ontwierp waarmee het ontstaan van de normale verdeling uit een grote reeks toevallige bewegingen kon worden gedemonstreerd.
Dit zgn. Galton-bord bestond uit een platte bak, die aan de bovenzijde trechtervormig is vernauwd en aan de onderzijde in een aantal vakken is verdeeld. Daartussen bevindt zich een veld van spijkertjes. Bovenin laat men een handvol knikkers vallen die via de spijkertjes naar beneden rollen, bij ieder spijkertje zowel links als rechts daar voorbij kunnen gaan en hun route willekeurig kiezen om tenslotte in een van de vakken te belanden.

> Bij enige nadenken zal duidelijk zijn dat de Driehoek van Pascal en de binomiale verdeling - $(p+q)^n$ - hierop van toepassing zijn met p (kans op linksaf)=½ en q (kans op rechtsaf)=½ en n = aantal rijen waarin de spijkertjes zijn geplaatst.

Galton raakte er meer en meer van overtuigd dat alle natuurlijke verschijnselen de normale verdeling volgen. Deze wet kan zelfs worden gebruikt om vast te stellen of bepaalde gegevens tot één klasse van soortgelijke elementen behoren.
Meestal tekende Galton de cumulatieve normale verdeling.

Het begin van de schaaltechniekHet begin van de schaaltechniek

Een vondst die het startpunt van een lange statistische geschiedenis zou worden, was de introductie van de 'statistische schaal'. Wanneer blijkt dat mensen qua intelligentie, zoals bijvoorbeeld blijkend uit examenresultaten, normaal verdeeld liggen tussen bepaalde uiterste grenzen, dan kan ieder mens worden gekarakteriseerd door zijn positie op een lijn. Bijgaande illustratie laat zien hoe Galton zo'n normaal verdeelde populatie afbeeldde. Een genie is iemand die een grote positieve afwijking ten opzichte van het gemiddelde heeft. De eerste numerieke psychologische schaal was geboren.

> Galton ging alsvolgt te werk: het midden van de schaal was de 'mediaan', de middelste waarneming waar dus evenveel mensen met een hogere als met een lagere score aan weerszijden lagen. Deze persoon kreeg de waarde 0 (nul) voor middelmatigheid. Wie een kwartiel (=¼ van het totaal) daarboven lag kreeg de score 1 en een kwartiel onder de mediaan de score -1.

Een andere bijdrage van de erfelijkheidsleer aan de ontwikkeling van de statistiek zou grote gevolgen hebben.
Tot halverwege de negentiende eeuw hielden statistici zich uitsluitend bezig met één verschijnsel of variabele tegelijk. Zelfs uit de kruistabel van de Schotse kleermaker werden de lengten en borstomvang van de militairen apart geanalyseerd.
De volgende stap zou zijn: het analyseren van de zgn. bivariate verdeling, de samenhang tussen verschijnselen. Aan die ontwikkeling zijn wederom de namen van Engelse geleerden verbonden en Sir Francis Galton was de eerste van hen.

Het begrip 'regressie'Het begrip 'regressie'

Galton werd geconfronteerd met een fundamenteel probleem. Erfelijkheid was zijn hoofdthema, maar als intelligentie erfelijk is, dan staat dat eigenlijk haaks op de kansrekening. Die stelt immers dat een normale verdeling het resultaat is van gebeurtenissen die niet door enkele factoren worden bepaald maar als 't ware willekeurig tot stand komen zoals de knikkers die door het Galton-bord rollen.
Galton was door zijn geloof in de erfelijkheid gedwongen nog eens met andere ogen naar een en ander te kijken. Hij begon als eerste 'samenhang' te analyseren en legde de grondslag voor het begrip 'regressie'.
In zijn brieven aan Darwin legde hij uit, aan de hand van zijn Galton-bord, hoe de rollende erwten in twee fasen toch een normale verdeling verkregen (feitelijk dus een demonstratie van een bivariate normale verdeling).
Hij begon met de hulp van Darwin en een aantal andere vrienden (zeven in totaal) een experiment. Ieder kreeg zeven porties van tien zaadjes van de Lathyrus (siererwt), maar in iedere portie hadden de erwten een andere grootte (totaal dus 7 x 7 x 10 zaden). De erwten die deze na te zijn geplant op hun beurt leverden, werden heel precies gemeten. Het resultaat wordt in bijgaande afbeelding getoond: grootte als erfelijke eigenschap werd aan de volgende generatie doorgegeven, maar met enig verlies. In moderne terminologie zouden we zeggen: er is een duidelijke samenhang tussen de grootten in opeenvolgende generaties maar de cofficient van de regressielijn is kleiner dan 1.
Het is een merkwaardige gedachte dat Galton deze kant op werd gedreven omdat hij de wetten van Mendel nog niet kende. Deze geven immers een logische verklaring voor dit verschijnsel. Had hij die gekend, hij zou wellicht anders hebben gedacht en de regressie-idee niet hebben ontwikkeld.

Als een volgende stap organiseerde Galton in 1885 een enquête. Hij verzamelde gegevens over de lengten van mannen en vrouwen en van hun kinderen. De cijfers leverden na analyse het volgende resultaat: kinderen wijken minder af van het gemiddelde dan hun ouders (de afwijking bij het kind is 2/3 van de afwijking der ouders). De lengte van het ouderpaar werd voor dit doel gemiddeld. Berekend werd (lengte man + 1,08 * lengte vrouw)/2. Bijgaande grafiek toont het resultaat. De lijnen zijn nog geen regressie-lijnen in de huidige betekenis van dat woord, maar geven wel de eerste kiem daarvan. Feitelijk is het woord 'regressie' hier geboren, want wat las Galton in deze grafiek? De natuur streeft naar het gemiddelde! Quételet was weer terug. Wat we hier zien, aldus Galton, is de natuurlijke 'regression toward mediocrity', terugkeer naar de middelmaat. De natuur is bij voortduring bezig de extremen te corrigeren. Een dankbare gedachte voor wie 'gelijkheid voor allen' nastreeft.

Een regressie-vergelijking schrijft men doorgaans in de vorm:

$$y = a + b * x$$

waarin y de afhankelijke variabele is en x de onafhankelijke wordt genoemd, terwijl a en b constanten zijn. Het getal b geeft aan in welke mate y verandert als x verandert. Men noemt dit de regressie-coëfficient. Het getal a geeft de verandering in y die optreedt wanneer x onveranderd blijft.

Dat er ook toen al met gemengde gevoelens op Galton's visie kon worden gereageerd, blijkt uit de Times van 11 december 1885. In een verslag van zijn inleiding, waarin hij deze cijfers en zijn conclusies presenteerde, wordt genoteerd dat de voorzitter, Sir Lyon Playfair, in zijn dankwoord na afloop opmerkte: "Ik hoop dat die regressie en progressie waarin de wetten van mr Galton ons moeten doen geloven, ertoe leiden dat mijn nakomelingen beter af zullen zijn dan ik (gelach)".

De schrijver, aan wie wij dit citaat danken, meent dat de man Galton niet had begrepen[26]. Misschien had hij hem juist al te goed doorzien.

In 1883 sloeg Galton met zijn boek 'Inquiries into Human Faculty' een nieuwe weg in. In plaats van de 'gemiddelde mens' concentreerde hij zijn aandacht nu volledig op de verschillen tussen mensen onderling. In het South Kensington Museum zette hij een laboratorium op voor 'antropometrie'. Daar werden bij proefpersonen metingen verricht op allerlei gebied. Hij ontwierp zowel instrumenten als vragenlijsten om verschillen tussen mensen vast te stellen, zoals o.a. een fluit om de gehoorgrens voor hoge tonen te bepalen. Hij liet metingen verrichten met gewichten, kleuren, afstanden enzovoorts. Uiteindelijk produceerde hij dat ene meetinstrument waarop ieder individu volstrekt uniek reageert: de vingerafdruk.

Hoe veelzijdig Sir Francis Galton was moge blijken uit het volgende citaat dat ik ontleen aan de bekende psycholoog H.J.Eysenck:

"Galton is waarschijnlijk het meest bekend als voorstander van de eugenistische beweging, maar hij heeft terecht naam gemaakt met zijn werk op zeer uiteenlopende gebieden. Hij was een van de meest veelzijdige en briljante geleerden van de negentiende eeuw en zijn ontdekkingen op velerlei gebied hebben onze levens aanzienlijk beïnvloed. Hij heeft veel recht op de titel 'Stichter van de moderne psychologie', een titel die gewoonlijk wordt toegekend aan de zwoegende, methodische Duitser Wundt wiens bijdragen eerder van administratieve dan van creatieve aard waren.

Galton was een van de laatste universele genieën en hij onderzocht een grote verscheidenheid van onderwerpen en leverde daartoe belangrijke bijdragen. Een van zijn biografen geeft de volgende lijst: reizen, het weer, stereoscopische atlassen, hooggestemde fluiten, bloedtransfusie, fotomontage, vingerafdrukken, nummervormen en woordassociatie, correlatie, tweelingen, de steriliteit van erfgenamen, en verschillende toestellen en uitvindingen[27]."
De resultaten van zijn woordassociatie-tests leidden Galton tot een analyse die hem tot een duidelijke voorloper van Freud en Jung stempelt:

> "*De resultaten geven mij een interessante en onverwachte kijk op een aantal werkzaamheden van de geest en op de duistere diepte waarin deze zich afspelen. De algemene indruk, die ze op mij hebben gemaakt, lijkt op die welke velen van ons hebben ervaren, wanneer de kelder van ons huis voor grondige werkzaamheden aan het sanitair wordt opengebroken en wij ons voor het eerst bewust worden van het complexe systeem van buizen, gas- en waterleidingen, kanalen, beldraden enz., waarvan ons comfort afhangt, maar die gewoonlijk aan ons oog onttrokken zijn en waarom wij ons, zolang zij goed werkten, nooit hebben bekommerd.*"

Hoofdstuk 11: De begrippen 'significantie' en 'standaard deviatie'Hoofdstuk 11: De begrippen 'significantie' en 'standaard deviatie'
De statistiek gaat zijn rijpheidsfase in.

De grondslagen voor de ontwikkeling van de moderne statistiek werden in de eeuwen vóór 1900 gelegd.
Het verzamelen van gegevens was allengs gesystematiseerd. Volkstellingen werden in de meeste ontwikkelde landen regelmatig gehouden, zij het dat de steekproeftheorie daarbij nog geen rol speelde en het instrument van de enquête nog onderontwikkeld was.
De statistiek was een internationaal bedrijf geworden. Tussen 1853 en 1876 werden verscheidene internationale congressen gehouden om statistische werkzaamheden te coördineren en te uniformeren. In 1885 werd een Internationaal Statistisch Instituut opgericht (sinds 1913 in Den Haag gevestigd). Zowel de Volkenbond als de Verenigde Naties besteedden veel aandacht aan de internationale statistiek.
Een indruk van de onderwerpen, waarmee de statistici zich bezighielden, geeft het inhoudsoverzicht van de eerste jaargang (1888-1889) van het *Journal of the American Statistical Association*: waterkracht in de industrie, parkeerruimte in de Amerikaanse steden, de census van 1790 tot 1887, levensverzekering in de VS, de oorzaken van armoede, statistiek der echtscheidingen in Europa en de VS, spoorwegen, gemeentelijke financiën, gevangeniswezen, armenhulp in Duitsland. Vrijwel het gehele maatschappelijke leven werd bestreken.
De interpretatie van al die gegevens had veel gewonnen door de toepassing van vindingen uit de kansrekening. Met name het herkennen van de Normale Verdeling in tal van 'natuurlijk verdeelde' verschijnselen was daarbij van betekenis, terwijl de grondslag van de steekproeftheorie feitelijk was gelegd en alleen nog moest worden 'opgeraapt'.
De eigenlijke kunst van de statistische analyse en het statistisch toetsen van hypotheses moest evenwel nog worden ontwikkeld, voortbouwend op het begrip 'samenhang' waarmee Galton zich reeds had beziggehouden.
Het was een proces dat stap voor stap zou verlopen: de formulering van begrippen als toetsen en significantie, de introductie van de standaard deviatie en de correlatie-rekening, het ontwerpen van de multiple regressie, en vandaar naar analyses met betrekking tot steeds meer variabelen omdat uiteindelijk alles met alles blijkt samen te hangen.
Het wachten was op de mannen die dit alles in een stevige greep zouden nemen en zouden smeden tot een bruikbaar instrument voor de analyse en interpretatie van onderzoekgegevens. En wederom blijkt Engeland met zijn empirische traditie de bakermat van deze ontwikkeling te zijn. De statistiek gaat zijn rijpheidsfase in.

Francis Ysidro Edgeworth (1845-1926) neemt zelfs in het gezelschap van veelzijdige mannen een uitzonderlijke positie in. Deze belangrijke statisticus begon zijn loopbaan als classicus, werd later advocaat en was een autodidact op het terrein van de wiskunde. Hij ontpopte zich weldra als een man die zich alle recente wetenschappelijke ontwikkelingen had eigen gemaakt: experimentele psychologie, mathematische economie, fysica, kansrekening. Hij werd hoogleraar in de economische wetenschappen aan de universiteit van Oxford en wordt beschouwd als een van de voornaamste vertegenwoordigers van de mathematische school. Als zodanig zette hij het werk van o.a. Antoine-Augustin Cournot voort. Zijn naam is vooral verbonden met de analyse van de nuttigheidstheorie en van de markttheorieën. Maar voor dit verhaal is met name zijn bijdrage aan de ontwikkeling van de statistiek van belang.

Aan Edgeworth dankt de verklarende statistiek het belangrijke begrip 'significant'. Hij introduceerde het begrip tijdens een serie voordrachten in 1885. Het ging er om, zo stelde hij, vast te stellen of een verschil in de cijfers correspondeerde met een verschil in de werkelijkheid. Hij maakte onderscheid tussen het gemiddelde van 'waarnemingen' en het gemiddelde van 'statistische feiten'. In het eerste geval betreft het diverse metingen m.b.t. hetzelfde object. Die zijn dan onderhevig aan 'vergissingen' en doen de 'foutenkromme' ontstaan. Bij statistische feiten hebben we te maken met metingen van verschillende objecten, bijvoorbeeld de lengten van verschillende mannen; ook dan liggen de gevonden waarden volgens de normale verdeling gegroepeerd rond een gemiddelde dat door Edgeworth wordt aangeduid in de terminologie van Quételet: l'homme moyen (de gemiddelde mens). Waar Edgeworth nu naar streefde was: de statistische methode die voor 'waarnemingen' was ontwikkeld (met name in de sterrenkunde) over te dragen op statistische feiten. Hij betoogde dat - bijvoorbeeld in het geval van de lengten van mannen - de werkelijkheid, dus het totaal van alle mannen (de 'populatie' zegt een statisticus nu), eveneens een gemiddelde heeft en dat het doel is uit een steekproef (zoveel mannen als we hebben gemeten) een schatting van dat gemiddelde te maken.
Edgeworth paste zijn nieuwe methode toe op onderwerpen die de statistici al heel lang hadden beziggehouden. Zo behandelde hij de vraag of op het continent verhoudingsgewijs meer jongetjes worden geboren dan in Engeland, alsmede de vraag of sterftekansen per beroepsgroep verschillen. Zijn statistische toets om na te gaan of gemiddelden uit twee steekproeven significant van elkaar verschilden, was in moderne ogen nogal streng. De volgende generatie zou de nodige verfijningen aanbrengen, maar het belangrijke theoretische begrip, de 'statistische toets op significantie', was geboren.

Karl Pearson (1857-1936) was de man die de regressie van Galton voltooide en er de vorm aan gaf welke nog altijd alom in de statistische analyse wordt gebruikt. Hij studeerde wiskunde in Cambridge, zette zijn studies, vooral in de wijsbegeerte, voort in Duitsland (waar hij zijn voornaam Carl definitief in Karl veranderde) en voltooide tenslotte een rechtenstudie in Londen. Van 1884 tot 1911 was hij hoogleraar aan het Londense University College, dat hij zou uitbreiden met een biometrisch laboratorium.
Toen hij zich in 1892 als lector met statistiek ging bezighouden betrof dat in eerste instantie vooral de grafische uitbeelding, maar tegen het einde van dat jaar koos hij de kansrekening tot onderwerp. Hij nam de toetsingsmethode van Edgeworth over maar met een belangrijke verbetering: hij introduceerde het begrip '**standaard deviatie**' tijdens een lezing voor de Royal Society in 1893.

> De **standaard deviatie** is een maatstaf voor de mate waarin de gegevens gespreid liggen aan weerszijden van het gemiddelde. Bij de normale verdeling (zie figuur 16) ligt ca 2/3 van alle gegevens binnen plus en min 1x de standaard-deviatie; ca 95% ligt binnen plus en min 2x de standaard-deviatie.
> De standaard deviatie wordt meestal met de Griekse letter σ aangeduid. Feitelijk kan deze maatstaf worden beschreven als de wortel uit het

gemiddelde van de gekwadrateerde afwijkingen; als formule:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\Sigma(x_i-\mu)^2}{N}}$$

De kracht van Pearson was dat hij zijn werk steeds overvloedig met voorbeelden uit de praktijk illustreerde. Zo bestreed hij met zijn toetsmethode de eerlijkheid van de roulette in Monte Carlo en riep de Franse regering op dat speelhol te sluiten.
Praktijkvoorbeelden gaf hij ook in zijn studie met betrekking tot 'scheve' verdelingen. De 'normale verdeling' is symmetrisch: evenveel waarnemingen links als rechts van het gemiddelde (anders gezegd: rekenkundig gemiddelde, mediaan en modus hebben dezelfde waarde). Maar naarmate de statistiek meer toepassing ging vinden stuitte men vaker op verdelingen die scheef waren. Pearson toonde aan dat zij tot een bepaald type behoorden, waaraan men later de naam 'gamma verdeling' heeft gegeven. Een bijzonder geval hiervan is de zgn. 'chi-kwadraat verdeling'

> Bij de zgn. 'chi-kwadraat' verdeling wordt niet verondersteld dat de gegevens volgens de normale verdeling rond een gemiddelde gespreid liggen. Het kunnen ook 'nominale gegevens' zijn, bijv. attributen als kleuren, merken, soorten. Voor ieder attribuut geldt dat er een 'verwachte waarde' is, afgeleid van de mate waarin het attribuut in de werkelijkheid voorkomt. Deze verwachte waarde heeft dus dezelfde functie als het gemiddelde van de foutenkromme: afwijkingen kunnen het gevolg zijn van toevallige meetfouten. De procedure is dan ook vergelijkbaar: de gevonden afwijkingen t.o.v. de verwachte waarde worden gekwadrateerd en gedeeld door de verwachte waarde. De som hiervan over alle cellen noemt men chi-kwadraat.

Maar de naam van Pearson is toch vooral verbonden met het begrip 'correlatie'. Hij ontwikkelde de maatstaf waarmee de mate van correlatie tussen twee verschijnselen in een cijfer kon worden vastgelegd: de correlatie-coëfficient.

> Wanneer we het begrip 'standaard-deviatie' eenmaal hebben verworven, kunnen gegevens worden gestandaardiseerd. Door gegevens te **standaardiseren** maken we ze vergelijkbaar, bijvoorbeelden lengte in meters en gewichten in kilogrammen, en kunnen we samenhang tussen verschillende variabelen analyseren.
>
> De procedure is gebaseerd op twee eenvoudige wetmatigheden:
>
> a) als we van alle gegevens een zelfde getal aftrekken, wordt ook het gemiddelde met dat getal verminderd, maar de standaard deviatie blijft ongewijzigd. Stel dat iemand heeft waargenomen dat de trein van half zes in 68% van de gevallen tussen 6 minuten voor en 6 minuten over half zes aankomt (gemiddeld 5½ uur, S.D.= 0,1 uur). Schrijft hij deze uitkomsten in spoorboekjestijd dan wordt er 12 bijgeteld. Gemiddelde wordt 17½, maar S.D. blijft 0,1 uur.

b) als we alle gegevens met een zelfde getal vermenigvuldigen of door een zelfde getal delen worden zowel het gemiddelde als de standaard-deviatie daarmee vermenigvuldigd, resp. erdoor gedeeld. Als we in bovengenoemd voorbeeld de tijden niet in uren, maar in minuten schrijven, levert dat een gemiddelde van 5½ x 60 = 330 minuten na het middaguur en een standaard deviatie van 0,1 x 60 = 6 minuten.
Deze wetmatigheden kunnen we toepassen op alle soorten gegevens. Eerst trekken we van alle gegevens het gemiddelde af (dus: het nieuwe gemiddelde = 0), vervolgens delen we de uitkomst door de standaard-deviatie (dus: de nieuwe standaard deviatie = 1). Men noemt dat de z-score. Hiervan is het gemiddelde nul en de standaard deviatie = 1.

$$z_i = (x_i - \mu)/\sigma$$

De z-score geeft aan in welke mate het gemeten object
Veel van zijn praktijkvoorbeelden ontleende Pearson aan gegevens die Frank Raphael Weldon hem bezorgde. Deze bioloog, die met hem het tijdschrift 'Biometrika' had opgericht, besteedde veel aandacht aan het meten van garnalen en krabben, motten en slakkenhuizen.
Sinds 1906 was Karl Pearson de enige redacteur van dit invloedrijke tijdschrift. Hij bleef het tot zijn dood in 1936 toen zijn zoon Egon S.Pearson die taak overnam, welke hij pas in 1966 neerlegde. De betekenis van 'Biometrika' voor de ontwikkeling van de statistische wetenschap kan moeilijk worden overschat. Er is geen literatuurlijst over dit onderwerp dat niet tientallen titels uit zijn roemrijke historie bevat.

Hoofdstuk 12 : Het onderzoek naar de armoedeHoofdstuk 12 : Het onderzoek naar de armoede
De ontwikkeling van de enquête

In de brede opsomming van Galton's belangstellingen en activiteiten ontbrak één aspect: het sociale vraagstuk, de armoede van zijn minder bedeelde landgenoten. En toch zou de aandacht die hieraan werd besteed leiden tot de ontwikkeling van dat andere belangrijke instrument van de statistiek: de enquête.

Toen de Engelse onderzoeker *Sir Frederic Morton Eden* in 1795 meer wilde weten over de toestand der armen in zijn land, liet hij een jaar lang een ondervrager rondreizen met een vragenlijst om gegevens te verzamelen. Het is een der oudste voorbeelden van een 'enquête', de methode die de stenen moet aansjouwen waarmee de statisticus zijn bouwwerk metselt. In zijn boek 'The State of the Poor' (1797) schreef hij op basis van zijn bevindingen: "Het mag misschien de overweging verdienen van het publiek om na te gaan of een fabrikant die, om voordelig te kunnen werken, de eis stelt dat arme kinderen worden gegrepen uit hutten en werkhuizen; dat die kinderen voorts bij beurten en gedurende het grootste deel van de nacht aan het werk worden gezet en beroofd van de rust die zo nodig is voor de jeugd; dat voorts grote aantallen mannen en vrouwen op zulk een wijze worden saamgehokt dat de besmetting van het voorbeeld slechts kan leiden tot liederlijkheid en ontucht, - of zulk een industrie iets kan toevoegen tot de som van individueel of nationaal geluk. Ik heb helaas niet de gegevens om dat juist te beoordelen..."[28]

Tussen 1840 en 1842 vond een onderzoek plaats naar de levens- en werkomstandigheden in de mijndistricten. De commissie, die met het verzamelen van de gegevens belast werd, nam twintig onder-commissarissen in dienst om gesprekken te voeren met werkgevers, plaatselijke geestelijken en autoriteiten, en de arbeiders zelf. Ze gingen ook de mijn in om met eigen ogen te zien en te ervaren hoe men daar werkte. De conclusies waren schrikbarend en mede door het boek dat *Friedrich Engels (1820-1895)* er over schreef, gingen de feiten de wereld over: verhalen over arbeiders die naakt in een intense hitte door gangen van zestig centimeter hoog moesten kruipen, vierjarige kinderen die hen daarbij moesten helpen, meisjes die kolenkarren, waaraan ze met kettingen waren vastgebonden, op handen en voeten moesten voorttrekken. Het was onontkoombaar dat het bekend worden van dit soort feiten de stoot gaf tot de sociale wetgeving.
Ook in andere landen vonden dergelijke onderzoekingen plaats. In 1818 bracht een enquête in de Rijnlanden van het koninkrijk Pruisen de gruwzame behandeling van kinderen in de werkplaatsen aan het licht. In Nederland leidde een parlementaire enquête naar de kinderarbeid en naar de levensomstandigheden van de fabrieksarbeiders tot een begin van sociale wetgeving.

Het onderwerp 'armoede' wekte ook belangstelling voor inkomensverhoudingen. *Frédéric Le Play (1806-1882)*, afgestudeerd aan de Ecole Polytechnique - evenals Comte - zette als eerste een groot onderzoek op naar deze materie. Hij bestudeerde inkomens en uitgaven van arbeiders in verschillende landen en trachtte daarmee een kwantitatief beeld te geven van het maatschappelijk leven in al zijn variaties. In 1855 werd zijn boek 'Les Ouvriers Européens' gepubliceerd. Met behulp van vele medewerkers, zoals Jean

Reynaud met wie hij in 1829 een grote reis door Duitsland maakte, had hij in tal van landen de levensomstandigheden van arbeiders onderzocht. Als een bonte parade trokken ze door zijn boek: een Russische kolenbrander, een Zweedse smidsgezel, een Hongaarse landman, een Weense schrijnwerker, een Pruisische wever, een Franse druivenplukker, een Londense fabrieksarbeider, enzovoorts. Ook hij ging weer nadrukkelijk uit van typen, van het gemiddelde gezin. In Nederland was het Multatuli die in navolging van Le Play, een verhandeling schreef over arbeidersgezinnen aan de hand van het huishoudboekje van één arbeider die toevallig zijn pad had gekruist[29]. Hij vergeleek hem met de Parijse voddenraper bij Le Play en constateerde dat de slaven het vroeger nog beter hadden. Multatuli was in Nederland trouwens reeds voorafgegaan door *Elise van Calcar (1822-1904)*, die in 1856 soortgelijke huishoudboekjes had gepubliceerd van een Noordbrabantse werkgast en van een Amsterdamse ambachtsman. Nog in 1897 werd de methode van Le Play voor het onderzoek van het gezin in het 'American Journal of Sociology' gepresenteerd, omdat ook toen de steekproeftheorie zich nog niet tot het sociale onderzoek had uitgebreid.

In Duitsland leidde het werk van Quételet en Le Play tot het formuleren van zo'n sociale theorie waar men naar op zoek was. De Pruisische statisticus *Ernst Engel (1821-1896)* constateerde in 1857 dat het percentage van het inkomen dat aan levensmiddelen wordt uitgegeven, zal stijgen als het inkomen daalt (De Wet van Engel). Een negatieve correlatie, zo noemen we dit verschijnsel thans. Een soortgelijke uitspraak met betrekking tot de kosten van huisvesting werd door zijn collega Schwabe aangetoond. Hoewel Ernst Engel de leider was van de officiële Pruisische statistiek boden zijn objectieve cijferreeksen veel stof voor de betogen van *Ferdinand Lassalle (1825-1864)*, de grondlegger van de Duitse sociaal-democratie.

Toch leken de statistische onderzoekingen in die tijd nog geenszins op wat we nu 'enquêtes' of 'surveys' noemen. De vraagstelling, veelal door ambtenaren of politici, had meer iets weg van het kruisverhoor bij de rechter. Schriftelijke vragenlijsten waren praktisch onbekend, al heeft Karl Marx eens een enorme vragenlijst samengesteld waarvan 25000 exemplaren in 1880 onder de Franse arbeiders en socialisten werden verspreid. Hoe men vragen moest formuleren had ook Marx toen nog niet onder de knie, getuige het volgende voorbeeld: "13. Geef bijzonderheden over de arbeidsverdeling in uw industrietak." Er is geen aanwijzing dat ook maar één vragenlijst ingevuld werd teruggezonden.[30]

De belangstelling voor het verschijnsel 'armoede' leidde tot de ontwikkeling van 'social surveys'. *Charles Booth (1840-1916)*, een rijke reder in Liverpool, publiceerde in zeven delen de resultaten van zijn onderzoekingen over de arbeidersbevolking van Londen. Zijn doel was "de ene helft van Londen laten zien hoe de andere helft leeft (1890)". Hij baseerde zich daarbij op rapporten van het schooltoezicht die veel informatie over de levensomstandigheden van de ouders bevatten. Daardoor sloop uiteraard wel een systematische fout in zijn analyses: gezinnen zonder schoolgaande kinderen ontbraken. Interessant is de wijze waarop hij zijn gegevens publiceerde: het boek bevatte een opvallende serie kaarten waarin de gradaties van armoede straat voor straat met verschillende kleurtinten waren aangegeven.

B.Seebohm Rowntree, die in 1901 zijn onderzoek 'Poverty - a Study of Town Life' het licht deed zien, streefde ernaar **alle** arbeidersgezinnen in een bepaald gebied door enquêteurs te laten bezoeken. Hij berekende voor o.a. York hoe groot de minimale kosten waren voor een arbeidersgezin om in leven te blijven, d.w.z. gezond genoeg te zijn om te kunnen werken. Aldus introduceerde hij het belangrijke begrip 'kosten voor levensonderhoud' (cost of living).
De eerste die voor een soortgelijk onderzoek met de steekproefmethode werkte was *Arthur Lyon Bowley (1869-1957)*. Volgens zijn schatting kende Engeland in 1910 twee inkomengroepen: de rijke 1,1% die 30% van het nationale inkomen verkreeg en de minder bedeelde 98,9% die met de overblijvende 70% genoegen moest nemen.
In 1906 zette hij voor de leden van Royal Statistical Society uiteen hoe men tot enquêtes onder een representatieve doorsnede van de bevolking moest komen. Zijn leerboek

'Elements of Statistics' verscheen in 1901. Het beleefde in 1946 zijn zesde druk en vormde ook toen nog aanbevolen literatuur voor aankomende statistici[31]. Bowley beschouwde zichzelf als een leerling van Edgeworth, de man die de grondslag legde voor de moderne statistische methoden.

De gegevens die Charles Booth in zijn onderzoek naar de armoede had verzameld, werden nader bestudeerd door een leerling van Pearson en daaruit ontstond een verdere uitbreiding en verbetering van de correlatietechniek. Booth zocht het antwoord op de vraag die toen de gemoederen in Engeland in hoge mate bezighield: hoe groot is de werkelijke omvang van de armoede? Er zat een bijzondere kant aan dit probleem, zoals de onderzoekster Beatrice Webb schreef: "*In de jaren zestig en zeventig was men algemeen overtuigd - beter gezegd, haast geobsedeerd - door de voorstelling als zou de ellende der volksmassa's in de grote steden hoofdzakelijk, zo niet volledig, voortkomen uit het spasmodische, in den blinde en zonder enige voorwaarde verstrekken van steungelden, hetzij in de vorm van aalmoezen of op grond van de armenwetten. Zelfs de verlichte geesten onder de leidende klasse die belangstelling toonden voor het armenprobleem, deelden die mening*".
George Udny Yule (1871-1951), die zich in deze discussie mengde, had in Duitsland natuurkunde gestudeerd en werd in 1893 medewerker van Karl Pearson in diens laboratorium. De assistent ontwikkelde zich daar tot een statisticus die weldra originele denkbeelden ten toon spreidde en een eigen weg insloeg die tot discussies met zijn leermeester leidden. Voor de ontwikkeling van de statistiek is vooral belangrijk dat Yule in de discussie de methode van de 'kleinste kwadraten' introduceerde.

> De methode van de kleinste kwadraten was al eerder geformuleerd door Légendre en uitgewerkt door Gauss bij het bepalen van de exacte plaats van een hemellichaam uit een reeks (min of meer nauwkeurige) waarnemingen. Op vergelijkbare wijze hanteerde Yule deze methode om door een aantal punten die de samenhang tussen x- en y-variabelen weergeven, de 'beste' rechte regressielijn te tekenen, d.w.z. de lijn waarbij de som van de gekwadrateerde afstanden tussen de punten en de lijn zo klein mogelijk is.

In de voordracht die Charles Booth in 1894 hield voor de Royal Statistical Society over de armoede verkondigde hij de stelling dat er geen verband bestond tussen de mate van armoede in een bepaald district en de mate waarin de betreffende autoriteiten de regels van de Armenwet 'streng' dan wel 'soepel' toepasten (bij strenge toepassing werden relatief meer armen in werkhuizen ondergebracht).
Hij wilde daarmee uiteraard betogen dat een strenge toepassing van de Armenwet niet bijdraagt tot vermindering van de armoede.

Yule greep de discussie over dit sociale onderwerp aan om te laten zien dat de correlatierekening van zijn leermeester ook in dit soort zaken van betekenis kon zijn. Hij construeerde een kruistabel uit de gegevens van Charles Booth en berekende de correlatiecoëfficient tussen enerzijds het percentage van de bevolking dat armensteun ontving en anderzijds de verhouding tussen het aantal dat niet en het aantal dat wel in een werkhuis was geplaatst. Zijn uitkomst ($r = 0{,}388$) duidde op een positieve samenhang tussen beide verschijnselen: als er soepel wordt opgetreden, neemt het aantal ondersteunden toe. Bij de interpretatie van dit cijfer bleek Yule geneigd te zijn regressie vooral op te vatten als een causale relatie. Er ontstond een stevige discussie die de hoofden en harten van de Engelsen bezighield.

Arthur Cecil Pigou (1877-1959), de econoom die Alfred Marshall aan de universiteit van Cambridge zou opvolgen en die een van de belangrijkste theoretici van de zogenaamde welvaartseconomie zou worden, was niet mals in zijn kritiek op het werk van Yule:
"*Er wordt wel verondersteld dat dit soort onderzoekingen van groot praktisch belang zou zijn, omdat zij zouden bewijzen dat een versoepeling van het armenbeleid, zoals tegenwoordig dikwijls wordt aanbevolen, nadelige gevolgen zou hebben. Volgens mij kunnen statistische methoden hiervoor niet worden gebruikt. Het fundamentele bezwaar is dat sommige van de meest bepalende factoren, die van invloed kunnen zijn, niet kwantitatief meetbaar zijn en daarom niet in de statistische bewijsvoering kunnen worden betrokken.*"

Pigou duidt hiermee op het verschijnsel van de zgn. 'schijncorrelatie': het lijkt dat twee variabelen met elkaar samenhangen, dus van elkaar afhankelijk zijn, maar in werkelijkheid zijn beide afhankelijk van een derde (onbekende) variabele.

> Een dikwijls geciteerd voorbeeld van een schijncorrelatie is het 'bewijs' dat de ooievaars de kindertjes ter wereld brengen volgens de correlatie tussen de aanwezigheid van ooievaars en de hoogte van het kindertal zoals die in een Deens onderzoek naar voren kwam. Bij enig nadenken blijkt de achterliggende, verklarende variabele de urbanisatiegraad te zijn: op het platteland treft men meer ooievaars, op het platteland is het kindertal doorgaans hoger, ergo de gevonden correlatie. Soortgelijke voorbeelden zijn: hoe meer brandweerlieden, hoe groter de schade, en: de voorspelling van het salaris van dominees uit de prijs van Jamaica rum. Dit laatste voorbeeld is trouwens van Yule zelf afkomstig die dit probleem in 1926 analyseerde onder de titel "Why do we sometimes get nonsens-correlations between time-series?".

Het antwoord van Yule op deze bedenkingen was een waardevolle uitbreiding van het begrip correlatie. Was dit tot dan toe beperkt tot de samenhang tussen een tweetal variabelen, hij werkte de methode uit om de samenhang tussen een veelvoud van variabelen te analyseren, de zgn. 'multiple regressie'.

Bij multiple regressie ontstaat de vergelijking:

$y = a + b_1 * x_1 + b_2 * x_2 + ... + b_n * x_n$

In de analyse die Yule toepaste op de armoede-gegevens over tien jaar (1871-1881) verkreeg hij de volgende waarden:

Procentuele verandering in de mate van armoede (y) =
- 27,7%
+ 0,299 proc. verandering in beleid (minder plaatsing in werkhuizen)
+ 0,271 proc. verandering in aantal ouderen
+ 0,064 proc. verandering in de omvang der bevolking.

De mate van armoede vertoonde een dalende lijn (welke daling overigens niet werd verklaard), maar zowel een (te?) soepel beleid als ook de toeneming van het percentage ouderen bleken tot enige stijging van het armoede-percentage te leiden, alsmede in geringe mate de groei van de bevolking.

Hoofdstuk 13 : Het moeizame handwerk van de statisticus.Hoofdstuk 13 : Het moeizame handwerk van de statisticus.
De dagelijkse praktijk van het ordenen en rekenen

De bezigheden van de statisticus bestonden uit velerlei werkzaamheden: het verzamelen van de gegevens, het ordenen en rangschikken, het tabelleren, maar bovenal veel, zeer veel rekenwerk. Met de ontwikkeling van het vak werd daarom ook steeds veel aandacht besteed aan methoden ter vereenvoudiging van deze slavenarbeid. Bovendien leidde de correlatierekening tot een toenemende behoefte aan tabellen met uitsplitsingen naar allerlei categorieën.

Sinds Pacioli in zijn rekenboek de tafels van vermenigvuldiging had gepubliceerd was de belangrijkste uitvinding die van de logaritmen in 1614. Die uitvinding staat op naam van de Schot *John Napier (1550-1617)*, een Protestantse politicus die veel tijd en aandacht besteedde aan het doen van uitvindingen, met name om zijn land te verdedigen tegen een gevreesde invasie door koning Filips II van Spanje. Hij schreef een boek over de Openbaringen van Johannes en was tevens de uitvinder van de eerste rekenmachine. Deze bestond uit een serie staafjes ('Napier's Bones') waarmee vermenigvuldigingen konden worden uitgevoerd. Maar zijn belangrijkste werk was toch dat over logaritmen. Vermenigvuldigen werd herleid tot eenvoudig optellen, machtsverheffen tot vermenigvuldigen. Om met logaritmen te kunnen rekenen, waren boeken met tabellen nodig. De bekendste daarvan is Brigg's 'Arithmetica Logarithmica' (Londen 1624), die ze uitrekende voor de getallen van 1 tot 10.000, gevolgd door de publicaties van De Decker en Vlacq, die de reeks tot 100.000 uitbreidden. *Ezechiël de Decker* en *Adriaen Vlacq* waren burgers van de Hollandse stad Gouda. De Decker had als landmeter veel hinder van die "groote en verdrietighe rekeninghen" en samen met Vlacq verzorgde hij in 1626 de eerste uitgave van logaritmentafels op het continent. Honderden jaren zijn deze in gebruik gebleven.
De uitvinding van de logaritmen werd al heel snel gevolgd door de uitvinding van de rekenlineaal, waarvan de eerste reeds in 1621 werd ontworpen door William Oughtred.
Daarnaast verschenen boeken met de kwadraten en derde machten van alle hele getallen, alsmede van de tweede- en derdemachtswortels. Bekend is de publicatie van *Peter Barlow (1776-1862)*, die in 1814 voor het eerst verscheen en in 1944 nog een herdruk beleefde. Het geeft de betreffende cijfers voor alle getallen van 1 tot 12500.

Gauss publiceerde in 1813 tabellen met de logaritmen van de gamma-functie en de Pearson gaf statistische tabellen voor allerlei toetsingsprocedures in zijn 'Tables for Statisticians' (1914-24).

Op zoek naar de rekenmachine**Op zoek naar de rekenmachine**

Maar het is begrijpelijk dat in de eeuw, die machines uitvond voor bijna alles, ook ijverig werd gezocht naar rekenmachines. Dat zoeken was al heel vroeg begonnen. De reeds genoemde rekenmachine van John Napier, waarmee hij kon vermenigvuldigen en delen, werd in de zeventiende eeuw door velen toegepast. Eén ervan was in het bezit van Charles Babbage.
Een rekenmachine met een ander principe was afkomstig van Blaise Pascal, die in 1642

een apparaat vervaardigde dat bestond uit een houten kistje waarop wieltjes waren gemonteerd. Feitelijk kon hij hiermee alleen maar optellen en aftrekken.
Leibniz ontwierp in 1671 een rekenmachine die in 1694 werd gebouwd en die ook vermenigvuldigen en delen mogelijk maakte. Men bleef eraan werken en de achttiende eeuw kende vele pogingen om een betrouwbare rekenmachine te bouwen. Pas in 1820 slaagde de Elzasser Charles Xavier Thomas erin een machine te ontwikkelen die op commerciële basis kon worden geproduceerd en die honderd jaar later nog steeds werd gefabriceerd. Er schijnen zo'n 1500 exemplaren van te zijn gebouwd. Diverse typen volgden elkaar snel op. In 1875 verkreeg F.J.Baldwin een patent op een variant van Leibniz' vinding. W.T.Odhner ging daarmee rekenmachines produceren die in vele landen werden gebruikt, zowel als boekhoudmachines als ook als kasregisters.

Intussen had *Charles Babbage (1792-1871)* jarenlang gewerkt aan het ontwerp van een 'analytische' rekenmachine die zou werken met behulp van ponskaarten. Zulke ponskaarten waren ontwikkeld door Joseph-Marie Jacquard (1752-1834) die de weefgetouwen automatiseerde. Het apparaat van Babbage is nooit gereedgekomen maar wordt door velen beschouwd als de eigenlijke voorloper van de moderne computer. De tragiek van deze geniale man komt tot uiting in het verslag van een ooggetuige die hem in het laatst van zijn leven een bezoek bracht:

"Hij was al heel oud, maar geestelijk nog zeer vitaal. Hij leidde me rond in zijn werkplaats. In het eerste vertrek zag ik onderdelen van de oorspronkelijke Calculating Machine die vele jaren geleden in zijn onvoltooide staat al was gedemonstreerd. Ik vroeg hem hoever hij er nu mee was. 'Ik heb 'm niet afgemaakt want terwijl ik ermee bezig was kwam ik op het idee van mijn Analytische Machine, die veel meer zou kunnen presteren. Het idee was zoveel eenvoudiger dat het meer tijd zou hebben gekost om die eerste machine af te maken dan deze te ontwerpen en te bouwen. Dus wijdde ik al mijn aandacht aan de Analytische Machine'. Enige tijd later begaven we ons naar het volgende vertrek waar hij mij de werking van de Analytische Machine uitlegde aan de hand van enige onderdelen. Ik vroeg of ik hem kon zien.'Ik heb 'm nooit voltooid' zei hij, 'want ik kwam op de gedachte dat hetzelfde op een andere en doeltreffender manier kon worden gedaan, en dat maakte het zinloos hiermee verder te gaan'. Toen gingen we naar het derde vertrek. Overal lagen onderdelen verspreid maar ik zag geen spoor van een werkende machine. Voorzichtig vroeg ik hoe het ermee stond en kreeg ten antwoord: 'Hij is nog niet gebouwd, maar ik ben ermee bezig, en het zal minder tijd kosten dan het voltooien van de Analytische Machine zou hebben gevergd'. Ik nam afscheid van de man in een bedrukte stemming".[32]

Babbage liet geen systematische beschrijving van zijn machine na, maar we weten er langs een omweg toch het nodige van af. In 1840 gaf hij een serie lezingen in Turijn en een jonge genie-officier, L.F.Menabrea, schreef er een artikel over dat naderhand in het Engels werd vertaald door Lady Lovelace.
Augusta Ada, Countess of Lovelace (1815-1852) was de enige dochter van Lord en Lady Byron en beschikte evenals haar moeder over een behoorlijke wiskundige aanleg. Zij was een van de weinigen die de ideeën van Babbage in hun volle omvang begreep, getuige haar uitvoerige notities daarover. Feitelijk legde ze daarin de grondslag voor het programmeren van een computer, honderd jaar vóór dat apparaat beschikbaar kwam.

In de praktijk werd een belangrijke stap vooruit gezet in de Verenigde Staten. *Herman Hollerith (1860-1929)* was werkzaam geweest bij de verwerking van de Volkstelling van

1880. De problemen om die enorme massa gegevens verwerkt te krijgen bleef hem bezighouden. Hollerith zelf schreef hierover: "We wisten tot nu toe niet welk percentage van onze bevolking ongehuwd was, gehuwd of gehuwd geweest. Om geboorten in te delen naar binnenlandse en buitenlandse afkomst was met de methode van 1880 praktisch onmogelijk. De bevolking indelen naar leeftijd, geslacht en geboorteplaats van de moeder kon niet in overweging worden genomen[33]". Toen hij in 1882 instructeur werd bij het M.I.T. (Massachusetts Institute of Technology) ontwikkelde hij daar een electrisch apparaat dat gegevens op ponskaarten kon lezen en tellen. Het werd gebruikt voor de verwerking van de Amerikaanse volkstelling van 1890 en leverde na één jaar en zeven maanden de cijfers voor de totale bevolking. Zelfs de eenvoudigste verwerking met de hand zou honderd ambtenaren bijna acht jaar hebben gekost.

De machine met zijn ponskaarten begon zijn triomftocht, die zou duren tot de tachtiger jaren van de twintigste eeuw. In 1911 werd hij ook voor de verwerking van de Volkstelling in Engeland gebruikt. Machines om te tellen en te sorteren waren weldra genstalleerd bij bedrijven en statistische bureaux, meestal verhuurd door de Internati onal Business Machines Corporation (IBM), het bedrijf dat was voortgekomen uit o.m. de Tabulating Machine Company welke door Hollerith was opgericht.

Hoofdstuk 14 : De experimenten van psychologen.Hoofdstuk 14 : De experimenten van psychologen.
De intelligentie wordt meetbaar.

De psychologie was een van de vele terreinen waarop de duizendpoot Galton werkzaam was, zoals we zagen. Tot de vele tijdgenoten die door hem werden be-nvloed, behoorde dan ook, naast de logicus John Venn, die in 'The logic of chance' (1888²) de statistische schaal en de regressie van Galton besprak, de Amerikaanse psycholoog James McKeen Cattell.
Juist voor de psychologie zou de statistiek van grote betekenis blijken. En omgekeerd waren veel nieuwe ontwikkelingen in de statistiek afkomstig van psychologen.
Ook de psychologen waren aanvankelijk de gevangenen van de gedachte dat zij 'de gemiddelde mens' onderzochten. Zoals medici over hartslag en bloedsomloop schreven alsof alle mensen identiek waren, zo gingen de psychologen eveneens uit van de gedragingen van de gemiddelde mens. Toen ze begonnen te experimenteren om de wisselwerking tussen ziel en lichaam te onderzoeken, beperkten zij hun experimenten veelal tot één proefpersoon, meestal zichzelf.

Gustav Theodor Fechner (1801-1887) had zich, na te zijn afgestudeerd als medicus, als natuurkundige beziggehouden met de nieuwe wetenschap van de electriciteit en op dat gebied belangrijke vindingen op zijn naam staan. Na een ernstige ziekte, waarbij hij tijdelijk gedeeltelijk blind werd, hervatte hij in 1846 zijn werk als professor in Leipzig met onderzoekingen op een geheel nieuw werkterrein: de theorie van de betrekkingen tussen ziel en lichaam.
Fechner legde de grondslag voor het statistisch gecontroleerde experiment in de psychologie. Jarenlang besteedde hij al zijn tijd aan de uitvoering van zijn proefne-mingen. Hij placht achter elkaar twee gewichten te heffen, resp. P en P+D kilogram zwaar, en te schatten welke van de twee de zwaarste was. Na n pogingen werd het percentage juiste schattingen (r/n) genoteerd. Hij paste allerlei variaties toe in zijn experimenten: tillen met de linker- of rechterhand, het zwaarste dan wel het lichtste gewicht eerst, het inlassen van variabele pauzes. Tenslotte noopte de vermoeidheid hem tot stoppen. Latere onderzoekers hebben weliswaar verbeteringen aangebracht in zijn factoriële testopzetten, maar voor een eerste poging was zijn werk zonder meer bewonderenswaardig.
Hij constateerde, met behulp van statistische methoden, een wetmatige relatie tussen 'stimulus' en 'response' en legde die vast in het soort formule dat hij kende uit zijn studie van electriciteit. Deze wet wordt als de 'Weber-Fechner wet' in veel psychologische handboeken nog altijd geciteerd. De wet luidt: R = C log S, waarin R = response of reactie, S = stimulus , en C = een constante.
De theorie van Fechner is achterhaald, maar zijn werkwijze legde de grondslag voor een exacte vorm van wetenschap die in de psychologie van vandaag een belangrijke plaats inneemt.
Zijn werk kreeg een vervolg in de experimenten van *Hermann Ebbinghaus (1850-1909)* die de werking van het geheugen bestudeerde. Met zichzelf als proefpersoon onderzocht hij in welke mate een mens in staat is betekenisloze lettergrepen te onthouden. Hij had een lijst met zo'n 2300 onzinwoorden opgesteld. Hij legde vast hoeveel tijd het hem kostte om acht series van dertien lettergrepen uit het hoofd te leren. En dat deed hij 92 keer. De gemiddelde leertijd was ruim 18 minuten en dat bleek weer het gemiddelde van een normale verdeling te zijn. Omdat deze verdeling

'overal in de natuurwetenschappen wordt gevonden, waar herhaalde waarneming van hetzelfde verschijnsel verschillende aparte waarden oplevert' veronderstelde Ebbinghaus dat zijn gemiddelde de werkelijke constante meting van de geheugencapaciteit weergaf.
In 1859 stichtte *Wilhelm Wundt (1832 -1920)* in Leipzig een laboratorium voor de experimentele psychologie. Grondig en volledig werden de talloze psychische functies van de mens daar onderzocht, maar steeds gericht op de algemene wetmatigheid voor de gemiddelde mens. Afwijkingen en verschillen werden verklaard als experimenteerfouten, gehoorzamend aan de 'foutenkromme'. Tegen de zin van Wundt promoveerde in 1883 bij hem de Amerikaan McKeen Cattell over het onderwerp: individuele verschillen in reactietijd.

James McKeen Cattell (1860-1944) had feitelijk twee leermeesters. Als assistent van Wundt leerde hij de methoden van de experimentele psychologie kennen, maar in zijn contact met Galton kreeg hij begrip voor individuele verschillen. Toen Cattell in 1888 gastcolleges gaf aan de universiteit van Cambridge vernam hij van Galton's statistische onderzoekingen. Teruggekeerd in de USA werd hij de eerste professor in de psychologie. Belangrijk werk verrichtte hij voor het psychologisch onderzoek naar de waarde van advertenties. De Amerikanen hadden van het begin af minder problemen met de samenwerking tussen commercie en menswetenschappen. Cattell stichtte een laboratorium voor experimentele en testpsychologie. Het begrip 'psychologische test' vindt bij hem zijn oorsprong. Hij sprak over een 'mental test' (1890) en was de eerste die tests toepaste op studenten ten behoeve van hun beroepskeuze.

De intelligentie-testDe intelligentie-test

Intussen was in Frankrijk *Alfred Binet (1857-1911)* in 1894 directeur geworden van het eerste laboratorium voor fysiologische psychologie aan de Sorbonne te Parijs. Hij had rechten, medicijnen en natuurkunde gestudeerd voor hij zich aan deze betrekkelijk nieuwe wetenschap ging wijden. Op verzoek van het Franse ministerie van Onderwijs ontwikkelde hij, samen met Simon, een test die geschikt moest zijn om de psychisch abnormale van de normale kinderen te scheiden, anders gezegd: als een kind niet goed leerde, was dat dan omdat het niet kon of omdat het niet wilde? Op deze testmethode, later verder ontwikkeld en aangepast, is het begrip I.Q. (Intelligentie Quotient) gebaseerd, welk begrip in 1911 door Stern werd ingevoerd. Daartoe werd de 'mentale leeftijd', zoals vastgesteld door de test, gedeeld door de werkelijke leeftijd en de breuk werd dan met 100 vermenigvuldigd.
Het meten van intelligentie veroverde de wereld. In 1908 en 1911 verschenen een tweede en derde versie. De test werd vertaald en aangepast voor Duitsland (1911), de Verenigde Staten (1916) en Engeland (1921). Eindelijk beschikte men over een bruikbaar meetinstrument dat in de praktijk van grote waarde bleek te zijn.
Maar na enige tijd sloop de twijfel binnen. Wat is eigenlijk 'intelligentie'? Binet had zowel begrip als geheugen, zowel probleem oplossen als verbeeldingskracht in zijn metingen opgenomen. Bestaat intelligentie dan in wezen niet uit een serie afzonderlijke factoren, die ook apart gemeten moeten worden?
Het was een van de vele vraagstukken waarvoor de correlatie-rekening het antwoord zou kunnen geven en welke uiteindelijk leidde tot een verdere verfijning daarvan als 'factoranalyse'.

Het begin van de factoranalyse lag bij *Charles Edward Spearman (1863-1945)*, hoogleraar in Londen. Deze stelde een 'twee-factorentheorie' voor, waarbij hij alle prestaties herleidde tot een algemene factor (G), synoniem met intelligentie, en een specieke begaafdheid (S). Hij benaderde het probleem empirisch, gebruikmakend van de correlatietechniek die door Pearson was ontwikkeld. Deze grondslag voor de factoranalyse legde hij reeds in 1904[34].

> **Factoranalyse** is een statistische techniek waarmee wordt nagegaan in hoeverre een grote verzameling eigenschappen kan worden beschreven met minder (onderliggende) eigenschappen. Dit is mogelijk als twee of meer eigenschappen in hoge mate gecorreleerd zijn, dus in dezelfde richting wijzen en eigenlijk in andere woorden op dezelfde eigenschap duiden. Men komt aldus tot een reductie van het aantal variabelen.
> Zo kan men zich voorstellen dat de ene VMO-leerling goede cijfers heeft voor Frans, Duits en Engels en de andere meer uitblinkt in wis-, natuur- en scheikunde. Men kan misschien volstaan met een cijfer voor 'talenknobbel' en een cijfer voor 'exacte aanleg'.

Daarnaast is de naam van Spearman verbonden met het begrip 'rangcorrelatie' waarvoor hij een bruikbare maatstaf ontwikkelde.Vrijwel alle statistische methoden die we tot nu toe de revue zagen passeren, hadden betrekking op numerieke gegevens (afstanden, lengten, gewichten) dan wel dichotome gegevens (kruis of munt, man of vrouw, wel of niet). Beide soorten gegevens lenen zich voor correlatierekening (bij dichotome varibalen door niet=0 en wel=1 te nemen).In de werkelijkheid komen we evenwel dikwijls zgn. 'ordinale' gegevens tegen (meer of minder, beter of slechter) zonder te weten of de afstand tussen de eerste en de tweede even groot is als die tussen de tweede en de derde. Ook al nummeren we 1, 2, 3 enz., een correlatiecoëfficient volgens Pearson's methode kan niet worden berekend. Spearman gaf de formule waarmee het mogelijk werd een coëfficient voor de mate van rangcorrelatie te berekenen.

Hoofdstuk 15: Een voorlopige afrondingHoofdstuk 15: Een voorlopige afronding
Het levenswerk van R.A.Fisher

Omstreeks 1900 waren de grondslagen voor de moderne statistiek gelegd. In de loop van de negentiende eeuw waren, met name door de inspanningen van de overheden, steeds meer systematisch verzamelde gegevens beschikbaar gekomen. De kansrekening had zich losgemaakt uit de velden waarin zij was ontstaan, zoals dobbelspelen, vazen met knikkers en sterrenkundige waarnemingen. Wetenschappers op andere terreinen hadden ontdekt dat 'de mate van onzekerheid' meetbaar was. Statistische instrumenten met begrippen als significantie, standaarddeviatie en correlatie waren beschikbaar. Psychologen waren begonnen met experimentele testopzetten. Voor de bewerking van de gegevens was apparatuur beschikbaar gekomen die zelfs grote databestanden aankon. Het vervaardigen van tabellen stuitte op steeds minder problemen en ook de grafische afbeelding ervan werd met vrucht toegepast. Pas de komst van de computer zou hier voor een nieuwe doorbraak zorgen.

In 1905 werd Karl Pearson benaderd door een jongeman die met statistische problemen worstelde. Zijn naam was *William Sealy Gosset (1876-1937)* en hij werkte bij de bierbrouwerij van Guinness, waar hij verantwoordelijk was voor de kwaliteitsbewaking. Voor dat doel werkte hij met kleine steekproeven uit de produktie. Pearson raadde hem aan een cursus bij het biometrisch laboratorium van het Londense University College te gaan volgen. Gosset deed dat gedurende een jaar en het gevolg was dat er daarna een paar opvallende publicaties over statistiek van hem verschenen, echter niet onder zijn eigen naam (dat mocht niet van zijn werkgever), maar onder het pseudoniem 'Student'.
Het werk van Gosset kan worden gezien als het begin van die belangrijke tak van statistische toepassingen in de praktijk: de kwaliteitscontrole bij de industriële produktie. Hieraan is de naam verbonden van *Walter Andrew Shewhart (1891-1967)*.
Nog altijd is de t-test voor kleine steekproeven met de zgn. **t-verdeling** of Student-verdeling een veel gehanteerd statistisch instrument.

> Men was er tot dan toe over het algemeen van uitgegaan dat het gemiddelde en de standaarddeviatie van een steekproef gebruikt konden worden als 'zuivere' schattingen van deze gegevens voor de hele populatie. Gosset of Student zag in dat dit voor kleinere steekproeven lang niet zo zeker is. Vandaar de noodzaak van de door hem ontwikkelde methode die uitspraken doet over gemiddelden van populaties waarvan de variantie onbekend is. De tabellen hiervoor ontbreken thans in geen enkel statistisch handboek.

Sinds 1915 correspondeerde Gosset regelmatig met Fisher, die hij in 1922 voor het eerst ontmoette.
"Fisher is de ware reus in de ontwikkeling van de statistische theorie. Zijn eerste artikel werd in 1912 gepubliceerd en zijn werk gaat vandaag nog onverminderd door. Hoewel honderden geleerden aan de wetenschap van de statistiek hun bijdrage hebben geleverd, komt deze man de verdienste toe dat tenminste de helft van de wezenlijk belangrijke ontwikkelingen van hem afkomstig is."
Deze lovende woorden schreef Alexander McFarlane Mood in 1950.

Ronald Aylmer Fisher (1890-1962) leed van zijn jeugd af aan een hoge mate van bijziendheid en had wellicht mede daarom de wiskunde als roeping aanvaard. Hij was 22 jaar oud en net afgestudeerd in Cambridge, toen hij zijn eerste bijdrage leverde over de 'maximum likelihood'-methode voor het analyseren van frequentie curven.
Weldra trad hij in de voetsporen van Galton en Pearson met een groeiende belangstelling voor biometrische onderzoekingen. Hij trouwde in 1917 met Ruth Eileen Guinness en trad in 1919 in dienst van het Rothamsted Experimental Station. Daar vond hij een stapel gegevens die gedurende 66 jaar waren verzameld in hun proeftuintjes. Fisher was geen gemakkelijke man; hij wordt beschreven als "baardig, welbespraakt, reactionair en grillig". Maar zijn geniaal meesterschap over kwantitatieve gegevens leidde tot een weergeloze vereniging van theorie en praktijk. Twee boeken van zijn hand, alsmede een jarenlang professoraat in Londen en Cambridge, maakten hem tot de leermeester van vele generaties statistici. Die boeken waren 'Statistical methods for research workers' (1925) en 'The design of experiments' (1935).
Weliswaar bouwde Fisher voort op het werk van anderen, maar hij bracht verbeteringen aan die de practische toepasbaarheid vergrootten.
In sommige opzichten verschilde hij van mening met Karl Pearson wat hun verhouding niet ten goede kwam. Daar kwam nog bij dat Pearson geen toestemming wilde geven zijn chi-kwadraat tabellen op te nemen in het boek dat Fisher aan het voorbereiden was. Fisher omzeilde dit probleem door aan te tonen dat chi-kwadraat gelijk is aan n x φ, waarin φ een door de Duitse econoom Lexis ontwikkelde spreidingsmaatstaf was. Overigens had de Russische wiskundige Markov deze relatie al eerder gezien. Voorts ontwikkelde Fisher de T-toets met bijbehorende betrouwbaarheidsintervallen.

> De bekendste toetsingsmethode van Fisher is wellicht de **F-toets** (F is de eerste letter van zijn naam). Een normale verdeling wordt volledig gekenschetst door zijn twee 'parameters': het gemiddelde en de standaarddeviatie (of het kwadraat daarvan: de variantie). Wil men nu nagaan of twee verdelingen verschillen (d.w.z. uit verschillende populaties afkomstig zijn), dan kan men meestal nog beter naar de varianties kijken dan naar de gemiddelden. Deelt men de twee varianties op elkaar dan ontstaat een getal dat meer of minder van 1 afwijkt. In een tabel kan men dan opzoeken of de gevonden afwijking van deze F-waarde nog toevallig kan zijn dan wel significant is. De kansverdeling van de F-waarden noemt men de F-verdeling.
> Hieruit werd de **variantie-analyse** ontwikkeld waarbij de variantie **tussen** een aantal groepen wordt gedeeld door de variantie **binnen** die groepen teneinde na te gaan of die groepen significant van elkaar verschillen.

Fisher ontpopte zich als de internationaal erkende expert op het terrein van de statistiek. In 1947 bracht hij biologen en statistici uit de hele wereld bijeen in Massachusetts, waar de Biometric Society werd opgericht. Zelf werd hij de eerste president. Zijn verdiensten werden erkend door de toekenning van de Darwin medaille en van de gouden medaille van de Royal Society. In 1952 werd hij geridderd en mocht hij zich Sir Ronald Aylmer Fisher noemen. In 1959 trok hij zich terug en emigreerde hij naar

Australië, waar hij nog drie jaar actief werkzaam was.

Hoofdstuk 16: De Russen werken verder aan deHoofdstuk 16: De Russen werken verder aan de
waarschijnlijkheidsrekening

De groei en bloei van de praktische toepassing die de statistiek in West-Europa doormaakte, was nog vrijwel geheel gebaseerd op de wiskundige grondslagen die door Laplace en Gauss aan het begin van de negentiende eeuw waren gelegd.
Voor een verdere verdieping en voltooiing van de wiskundige waarschijnlijkheidsrekening moeten we naar Rusland, het land dat naast vele grote schaakmeesters ook vele wiskundigen heeft voortgebracht.

In St Petersburg, het latere Leningrad, werd het onderwijs in de wiskunde bijna een halve eeuw lang, van 1847 tot 1894, beheerst door *Pafnoeti Lvovitsj Tsjebysjev (1821-1894)*. De waarschijnlijkheidsrekening was maar een van de vele gebieden van de zuivere en toegepaste wiskunde waarmee hij zich bezighield. Van hem is de zgn. 'ongelijkheid van Tsjebysjev' die aangeeft dat bij een kleine variantie grote afwijkingen van het gemiddelde onwaarschijnlijk zijn. In cijfers: de kans is op zijn minst 0,9375 dat een gevonden waarde binnen viermaal de standaardafwijking van het gemiddelde ligt. Daarmee was aangetoond dat de variantie (het kwadraat van de standaarddeviatie) een maat is voor de spreiding van een kansverdeling. We hebben gezien dat deze uitkomst een belangrijke rol zou gaan spelen in de praktijk van de toetsingen en schattingen.
Een leerling van Tsjebysjev, *Alexander Michailovitsj Ljapoenov (1857-1918)*, verscherpte omstreeks 1900 het fundamentele limiettheorema dat bij Bernoulli en Laplace zijn oorspong had gevonden.

Een andere beroemde leerling en opvolger van Tsjebysjev was *Andrei Andreevitsj Markov (1856-1922)*. Hij was professor van 1886 tot 1905 in St Petersburg, maar bleef zeer actief na zijn emeritaat. Zijn belangrijkste bijdrage aan de theorie van de toevalsverdelingen draagt zijn naam: de Markov-keten. Tot dan toe was alle aandacht steeds gericht geweest op onafhankelijke gebeurtenissen onder het motto: het toeval heeft geen geheugen. Of je kruis of munt gooit, is niet afhankelijk van je vorige worp. Markov zag evenwel dat in het werkelijke leven tal van zgn. toevallige gebeurtenissen wel degelijk afhankelijk konden zijn van de daaraan voorafgaande gebeurtenissen. Als voorbeeld koos hij de afwisseling van klinkers en medeklinkers in Russische literaire werken, maar dit kan uiteraard voor iedere taal worden gedaan: de kans dat op een 'd' een 'e' volgt is groter dan dat de 'd' wordt gevolgd door een 'f'. Terloops demonstreerde Markov de bruikbaarheid van statistische methoden voor zoiets cijfervreemds als de taalwetenschap.

> Een bekende toepassing is de Markov-keten als marktmodel: de kans dat je een bepaald merk koopt, is groter als je dat merk bij de vorige aankoop ook aanschafte. Aantoonbaar is dat het toevalsproces op basis van dit soort afhankelijke koopkansen naar een toestand van evenwicht tendeert, waarin marktaandelen redelijk stabiel zijn. Van deze wetmatigheid wordt o.m. gebruik gemaakt bij het 'voorspellen' van het marktaandeel van een nieuw produkt op basis van onderzoekgegevens, zoals bij de SENSOR-methode van met marktonderzoekbureau Research International.

De oktober-revolutie van 1917 gaf een machtige stoot aan de ontwikkeling van de wetenschappen in Rusland. De nieuwe machthebbers in Moskou verwelkomden met name een nauw verband tussen zuivere en toegepaste wiskunde en vanouds was de waarschijnlijkheidsrekening een gebied dat aan die eis voldeed.
In de zuivere wiskunde was men steeds meer gaan denken in axiomatische systemen, waarvan ooit de Griekse geleerde Euclides het illustere voorbeeld had gegeven. In Moskou plaatste *Andrei Nikolaievitsj Kolmogorov (1903-1987)* de waarschijnlijkheidsrekening eveneens op deze grondslag. Aan de hand van de reeds ontwikkelde leer der verzamelingen definieerde hij begrippen als de steekproefruimte, de deelverzamelingen van gebeurtenissen en de verzamelingsfuncties die de waarschijnlijkheid van een gebeurtenis vastleggen. Moderne leerboeken over het vak waarschijnlijkheidsrekening zijn vrijwel altijd gebaseerd op het werk van Kolmogorov dat in 1933 verscheen, maar pas in 1950 in het Engels werd vertaald. Tegenwoordig verschijnen van de Russische tijdschriften over wiskunde en statistiek vrijwel onmiddellijk complete vertalingen in de Engelse taal, die in Amerika en Engeland worden uitgegeven.
Vanaf 1931 was Kolmogorov professor aan de universiteit van Moskou. Hij werkte de Markov-processen verder uit tot een theorie van dynamische systemen. Norbert Wiener, de grondlegger van de cybernetica, heeft erop gewezen dat Kolmogorov's werk van betekenis was voor de informatie-theorie. Hij ontving de Lenin Prijs in 1965 en zesmaal de Orde van Lenin.
In de dagelijkse praktijk van de statistische toetsing is zijn naam echter vooral verbonden aan een toetsingsmethode, de Kolmogorov-Smirnov toets. Hiermee kan worden nagegaan in hoeverre een cumulatief opgebouwde verdeling uit een steekproef 'past' bij een theoretisch uitgangspunt dan wel bij het resultaat uit een andere steekproef. Die mate van passen, in het Engels 'goodness of fit', wordt door deze toets onderzocht door de gevonden waarde te vergelijken met de verwachte waarde (zoals we ook reeds in de chi-kwadraat toets tegenkwamen).

Ook in Rusland geboren, maar in hart en nieren een geboren Pool, was de statisticus *Jerzy Neyman (1894-1981)*. Door politieke gebeurtenissen uit hun vaderland verdreven woonde de familie Neyman, na de dood van het gezinshoofd, in relatieve welstand te Charkov. Jerzy, aanvankelijk opgevoed door Franse en Duitse gouvernantes, bezocht de universiteit van Charkov, maar in 1921 werd hij als vijandige vreemdeling over de grens gezet. Op 27-jarige leeftijd aanschouwde de geboren Pool voor het eerst zijn vaderland. Hij voltooide zijn studie aan de universiteit van Warschau.
In 1924 kreeg hij een beurs die hem in staat stelde naar Londen te reizen met een aanbevelingsbrief voor Karl Pearson. Toen hij zich om twaalf uur 's middags meldde bij het kantoor van Pearson, was deze juist gaan lunchen. Jerzy werd echter opgevangen door Gosset, die hem meenam voor een lunch. Daarmee begon een jarenlange vriendschap, hoewel hij op dat moment nog niet wist dat zijn lunchpartner de fameuze 'Student' was.
Hij keerde weldra terug naar Polen, maar hij bleef met de Pearsons in contact. Toen vader Karl zich in 1934 terugtrok, nodigde zoon Egon hem uit weer naar Engeland te komen en een vaste baan aan het University College te aanvaarden. Uit de samenwerking tussen beide talentvolle mannen kwamen weer belangrijke vorderingen voort. Zo hebben zij de theorie van het testen van hypotheses voor het eerst op een logische en methodologisch verantwoorde grondslag geplaatst. Neyman werkte met

name aan het probleem hoe je de kans op het verwerpen van de valse hypothese kunt maximeren, terwijl de kans op het verwerpen van de juiste hypothese zo klein mogelijk blijft.

> Het probleem waar Jerzy Neyman en Egon Pearson aan werkten wordt meestal aangeduid als 'fouten van de eerste en van de tweede soort'. Bij het toetsen van een hypothese loopt men altijd twee risico's. Er is een kans dat de nul-hypothese ten onrechte wordt verworpen (fout van de eerste soort), maar er is ook een kans dat de nul-hypothese ten onrechte wordt gehandhaafd (fout van de tweede soort). Het is vergelijkbaar met het dilemma van de rechter die zowel een schuldige kan vrijlaten als een onschuldige kan veroordelen.

In 1934 verbeterde Jerzy Neyman de theorie van de steekproeftrekking voor surveys en het derde probleem waaraan hij werkte was dat van de 'confidence intervals'. In 1938 arriveerde hij in Berkeley, Californië, waar hij tot zijn dood is gebleven. Met de dreigende Tweede Wereldoorlog voor ogen en de kans dat zijn vaderland opnieuw onder de voet zou worden gelopen, koos hij definitief voor

Amerika. Het was mede door zijn invloed dat dit land een vooraanstaande rol in de statistiek zou gaan spelen.

Hoofdstuk 17: De steekproeftheorie wordt praktijkHoofdstuk 17: De steekproeftheorie wordt praktijk
De openbare mening wordt meetbaar

De verbetering van de steekproeftheorie door Jerzy Neyman kwam als geroepen. Al te lang was men door de 'wet van de grote getallen' op een dwaalspoor geraakt. Hoe groter de steekproef, des te nauwkeuriger de uitkomst. In 1911 betoogde de psycholoog G. Heymans[35] nog: 'Indien nu (zooals bij een materiaal van voldoenden omvang en onder zekere voorwaarden met zekerheid te verwachten is) de genoemde fouten-bronnen over 't geheel even vaak een beslissing in de eene als in de andere richting begunstigen, dan moeten in de einduitkomst die tegengestelde werkingen elkaar opheffen'.
In Amerika, het nieuwe vaderland van Jerzy Neyman, leerde men dat deze redenering een valkuil verbergt.

De twintigste eeuw stond, met name in Amerika, in het teken van een groeiende economische welvaart, een proces dat door twee wereldoorlogen en een crisis nauwelijks werd onderbroken. Een belangrijke bijdrage daaraan werd geleverd door de marketing filosofie. En de marketing vond een onmisbare partner in marktonderzoek en daarmee in de statistiek als hulpwetenschap.
Omstreeks 1910, toen de ene na de andere Amerikaanse firma ernaar ging streven zijn merkartikelen in het hele land te verkopen, groeide de behoefte aan kennis over de markt. Tot de pioniers behoorden J.George Frederick, redacteur van Printers Ink, R.O.Eastman die bij de Kellogg Company werkte en de vertegenwoordigers als interviewers inzette.
Het uitgeversconcern van Curtis, dat *The Ladies' Home Journal* en *The Saturday Evening Post* (opgericht in 1728 door Benjamin Franklin) in miljoenenoplagen publiceerde, had in 1911 een eigen onderzoekafdeling opgericht, veelal beschouwd als de start van het marktonderzoek. Charles Coolidge Parlin, een voormalige hoofdonderwijzer uit Wisconsin, trad in dienst als de eerste marktonderzoeker. Hij verrichtte breed opgezette marktstudies naar textiel, voedingsmiddelen, automobielen e.d.. Daarnaast waren het aanvankelijk vooral distributieproblemen die hij onderzocht en mede onder zijn invloed werd in 1929 de eerste 'Census of Distribution' in de VS gehouden. Andere firma's volgden het voorbeeld, zoals U.S.Rubber en General Electric.
In 1916 publiceerde The Chicago Tribune een marktstudie over de stad. Hiervoor had men huis aan huis interviews afgenomen.
Steekproeftheorie en statistisch toetsen bleven lange tijd onderontwikkeld in het marktonderzoek. Maar dat veranderde toen *Robert Ferber* in 1949 zijn 'Statistical Techniques in Market Research' publiceerde. Hij was research professor aan de universiteit van Illinois van 1948 tot 1957. Het boek gaf een voortreffelijke samenvatting van wat er tot op dat moment was opgebouwd: de steekproeftheorie, toetsing op significantie, correlatie-analyse. Hij gaf een lijst van alle bruikbare formules en herdrukte de statistische tabellen van Fisher en anderen.

De publieke opinieDe publieke opinie

Naast het marktonderzoek speelde ook het onderzoek naar de publieke opinie weldra een rol in de ontwikkeling en verbreiding van de statistiek.
Toen Frankrijk in 1870 de oorlog tegen Duitsland definitief had verloren was de

verslagen keizer Napoleon III in het huisje van een arme wever te Donchery gedurende drie kwartier onder vier ogen in gesprek met kanselier Bismarck. Bij die gelegenheid verzuchtte hij dat hij die onzalige oorlog helemaal niet gewild had, maar dat hij ertoe genoodzaakt was onder de druk van de openbare mening. Of Bismarck hem geloofde kan worden betwijfeld, want die wist zelf heel goed dat de 'openbare mening' zoals die in de pers tot uiting komt, door een dictatoriaal regime vrijwel perfect kan worden beheerst en gestuurd.
Toch is de 'openbare mening' - onder Anglo-Amerikaanse invloed zijn we over 'publieke opinie' gaan spreken - in de loop van de twintigste eeuw, door de toenemende democratische invloed van het volk, steeds meer een factor van gewicht geworden. En met name de pers, die zich graag als spreekbuis van die publieke opinie presenteerde, kreeg belangstelling voor allerlei vormen van onderzoek naar de mening van de gewone man.
In het begin waren die onderzoeken nogal eens op verkeerde uitgangspunten gebaseerd. Zo meende men de openbare mening te kunnen vaststellen door vragenlijsten te zenden aan de lezers van het eigen blad. Een van de oudste voorbeelden is de enquête die het weekblad 'De Groene Amsterdammer' in 1915 organiseerde om vast te stellen wie tot het 100 bekendste Nederlanders behoorden. De uitslag gaf tekenaar Albert Hahn aanleiding tot het maken van een spotprent omdat linkse figuren als Herman Heijermans en Esther de Boer-van Rijk in de lijst ontbraken. Achteraf is niet meer te bepalen of en zo ja, welke fouten er gemaakt werden, maar er was altijd makkelijke kritiek mogelijk, vooral als de resultaten niet bevielen.

Een veelgehoord argument tegen dergelijke onderzoeken was dat er te weinig mensen ondervraagd waren. Hoe groter de steekproef, des te betrouwbaarder de uitkomsten, zo meende men. In de Verenigde Staten van Amerika, waar men toch al de reputatie had de zaken 'groots' te kunnen aanpakken, leidde deze gedachtengang tenslotte toch een berucht incident.

Al vroeg was men in de VS geïnteresseerd in de mogelijke uitslag van de komende presidentsverkiezingen. Het eerste onderzoek daarnaar heeft men gevonden in 'The Harrisburg Pennsylvanian' van 24 juli 1824. In Wilmington, Delaware, had bij een onderzoek Andrew Jackson 335 stemmen, John Quincy Adams 169 en Henry Clay 19 stemmen gekregen. John Quincy Adams werd overigens dat jaar gekozen en Andrew Jackson volgde hem pas op in 1828. Maar het voorbeeld vond bij herhaling navolging.
The Literary Digest, opgericht in 1890, was een van de leidende opinieweekbladen in de VS. Het bevatte meer onderwerpen dan de titel suggereerde. Het had speciale rubrieken voor wetenschap, godsdienst, financiën, etc. en het presenteerde bij publieke discussies altijd de standpunten van beide zijden. Befaamd was het blad ook omdat het elke vier jaar vóór de verkiezingen wist te voorspellen welke presidentskandidaat zou worden gekozen. Tot het misging.
In 1936, toen de Democraat Franklin D. Roosevelt en de Republikein Alfred M. Landon tegenover elkaar stonden, zond *The Literary Digest* tien miljoen stembriefjes het land in. Daarvan werden 2,3 miljoen terug ontvangen en de uitslag was duidelijk: Landon zou gaan winnen. Maar het onverwachte geschiedde: Roosevelt won op overtuigende wijze en verkreeg de meerderheid in alle staten, uitgezonderd Maine en Vermont.
Achteraf heeft men geanalyseerd waar het blad de fout in ging. De 2,3 miljoen stembriefjes waren voornamelijk afkomstig uit de hogere inkomensklassen, waar men een zekere voorkeur voor de Republikeinse kandidaat koesterde. Hoe groot een

steekproef ook is, als de verhoudingen fundamenteel scheef zijn helpt die grootte niet.
Twee gevolgen had dit pijnlijke incident. *The Literary Digest* hield in 1937 op te bestaan en het volle licht van de schijnwerpers viel op George Gallup, die de kans kreeg aan te tonen dat met kleinere steekproeven, mits op de juiste wijze getrokken, nauwkeuriger resultaten konden worden geboekt. Hij had als vrijwel enige onderzoeker de verkiezing van Roosevelt voorspeld.
Roosevelt was sindsdien een trouwe aanhanger van de Gallup polls.

George Horace Gallup (1901-1984) was een Amerikaanse journalist, die zich in de statistische wetenschap had bekwaamd. Vanaf 1923 doceerde hij journalistiek en organiseerde hij enquêtes onder krantenlezers. In 1929 werd hij hoogleraar aan Drake University en in 1935 richtte hij het American Institute of Public Opinion op. Daar heeft hij de zgn. 'Gallup Polls' ontworpen. Het was een journalistieke onderneming met als taak opiniepeilingen te verrichten, soms wel viermaal per week. In plaats van de vele miljoenen, waar The Literary Digest mee opereerde, werkte hij met een steekproef van zo'n 3000 personen, die een nauwkeurige afspiegeling van de totale bevolking vormde en dus representatief geacht werd voor het hele land. Gallup werkte daartoe met een gedetailleerd bevolkingsmodel en zorgde ervoor dat mannen vrouwen uit elke categorie proportioneel in de juiste aantallen in de steekproef werden opgenomen. De introductie van het begrip 'representatieve steekproef' en de methode om die te verkrijgen vormen de belangrijke bijdrage van Gallup aan de ontwikkeling van zowel publiek opinie onderzoek als ook marktonderzoek. Zijn methode, de zgn. 'quota sampling', vindt nog steeds voor dit soort onderzoek veelvuldig toepassing. Voor hij met zijn eigen instituut begon was Gallup enige jaren werkzaam als adviseur van het margarine- en zeepconcern Unilever, dat zich tot een pionier op het terrein van marketing en marktonderzoek ontplooide.

De journalist George Gallup is naderhand dikwijls aangevallen, omdat hij met typisch journalistieke flair onvoldoende 'wetenschappelijk' bezig zou zijn. Zijn steekproeven voldeden niet aan de eisen van de wiskundige waarschijnlijkheidsrekening en daarmee zouden zijn conclusies op drijfzand zijn gebouwd. Die kritiek is in de praktijk evenwel niet helemaal terecht, want zijn denkbeelden hebben ongetwijfeld bijgedragen aan de popularisering en verbreiding van de steekproefmethode en schiepen een uitgangspunt waaraan in de loop der jaren veel kon worden verbeterd.
Kort na de Tweede Wereldoorlog verbreidde de onderzoekmethode van Gallup zich snel over de gehele Westerse wereld. In vrijwel alle landen verschenen soortgelijke instituten, zoals het NIPO in Nederland. Maar toen viel ook de klap door het te grote zelfvertrouwen dat de onderzoekers na hun vele successen zich hadden eigen gemaakt. In 1948 werd bij de presidentsverkiezingen waarbij de Democraat Harry S. Truman en de Republikein Thomas E. Dewey tegenover elkaar stonden, opnieuw een foutieve voorspelling wereldkundig gemaakt. Gallup concludeerde dat Dewey zou worden gekozen, maar in feite won Truman, zij het met een gering verschil. Opnieuw werd achteraf geanalyseerd waar en hoe de fout was gemaakt. Er waren nogal wat ondervraagden die ten tijde van het interview nog niet beslist hadden op wie ze zouden gaan stemmen.

De arbitraire methode om die stemmen toch aan de kandidaten toe te wijzen, had bij vorige gelegenheden niet tot een foutieve voorspelling geleid, maar dit keer blijkbaar wel. Het gevolg was overigens dat het Gallup instituut sindsdien zich niet meer aan voorspellingen waagde, zelfs niet toen in 1952 Eisenhower met een marge van 10,5 procent het presidentschap veroverde.

Steekproeven voor de censusSteekproeven voor de census

Gallup had ongetwijfeld populariteit verleend aan het trekken van steekproeven voor onderzoek onder de bevolking. Toch bestond bij de overheden nog steeds grote aarzeling ten aanzien van deze werkwijze, hoewel er wel bij tijd en wijle voor werd gepleit, o.a. door Anders Nicolai Kiaer (1838-1919). In overeenstemming met de bezwaren die baron Keverberg al in de tijd van Quételet had aangetekend tegen het gebruik van steekproeven, koos men in de meeste landen nog steeds voor complete volkstellingen. Nederland organiseerde in 1970 voor het laatst een complete volkstelling, waartegen veel verzet rees omdat velen de overheid wat al te onbescheiden vonden. Door dat verzet en door technische problemen in de uitvoering werd de telling bepaald geen succes. Sindsdien is het stil geworden rond het begrip 'volkstelling'.

In Amerika werden in de jaren dertig praktisch gerichte programma's van de New Deal onder Roosevelt ontwikkeld. Vooral het ministerie van Landbouw verrichtte veel onderzoek en verwierf in dit opzicht een leidende positie omdat het steekproefinterviews ontwikkelde als onmisbaar instrument. Tijdens de Tweede Wereldoorlog werden op die wijze, ook door andere departementen, belangrijke gegevens verkregen over wat er onder de bevolking leefde aan verlangens, behoeften, meningen, gedragingen, kennis, belezenheid, begrip en beweegredenen.

In India, waar de mogelijkheden voor een complete census te enenmale ontbraken, schoof men die bezwaren terzijde en werd de volkstelling uitgevoerd middels steekproeven. Maar men beschikte daar dan ook over een van 's werelds beste statistici.

Prasanta Chandra Mahalanobis (1893-1972) , geboren in Calcutta als zoon van een Bengaalse aristocratische familie, was in zijn jonge jaren bevriend met de grote dichter Rabindranath Tagore. Hij toonde belangstelling voor religie en filosofie, maar zijn bestemming lag toch bij de exacte wetenschappen. Hij studeerde enige jaren te Cambridge in Engeland. Maar na een vakantiebezoek aan India bleef hij in dat land om er zijn beste krachten aan te wijden in dienst van de wetenschap. Hij was bevriend met Fisher en evenals deze verbond hij in zijn werk steeds de theorie met de praktijk.

Werkend aan antropometrische problemen introduceerde hij de 'Mahanalobis afstand', waarvan gebruik wordt gemaakt bij classificatie-problemen en discriminant-analyse.

> Discriminant-analyse is een statistische techniek die nagaat in welke mate bepaalde (numeriek vastgelegde) eigenschappen discrimineren tussen groepen. Meer hierover in hoofdstuk 18.

Een belangrijke rol speelde Mahanalobis als leermeester in het Statistische Instituut van India waar hij tal van eminente vakmensen opleidde. In 1950 richtte hij het National Sample Survey (NSS) op, dat als enige in de wereld zich systematisch bezighield met breed opgezette steekproefonderzoeken teneinde socio-economische en demografische gegevens over het hele land te verzamelen. De manier waarop hij kosten en variantiefuncties bij het opzetten van een steekproef betrok, kan worden gezien als een voorloper van de 'operational research'. En zijn beschouwing over pilot onderzoeken

liep vooruit op de 'sequentiële analyses'.
"De transformatie van India in de afgelopen dertig jaar van een land zonder industrie van betekenis tot een van de tien leidende industriële mogendheden, kan voor een deel worden toegeschreven aan professor Mahanalobis en de statistische instituties die hij oprichtte", aldus heeft men over hem geschreven. Hij ontving een van de hoogste onderscheidingen van zijn land, de Padma Vibhushan.

Hoofdstuk 18: Amerika na de Tweede WereldoorlogHoofdstuk 18: Amerika na de Tweede Wereldoorlog
Het non-parametrisch toetsen

Als men de geschiedenis van statistiek en kansrekening overziet, ontstaat het beeld van een driedeling als in ieder groeiproces: de jeugdjaren tot aan het einde van de zeventiende eeuw, de jongelingsjaren in de achttiende en de negentiende eeuw, de volwassenheid sinds het begin van de twintigste eeuw met een onstuitbare groei sedert de Tweede Wereldoorlog.
Bij het beschrijven van de ontwikkelingen kort voor en na W.O.II blijken de Verenigde Staten van Amerika definitief het terrein voor nieuwe initiatieven te zijn geworden. Als in de wereldpolitiek is het zwaartepunt, dat van het 17e eeuwse Frankrijk naar het 18e en 19e eeuwse Engeland was verschoven, ook in de statistiek na twee wereldoorlogen de Atlantische Oceaan overgestoken.

Sinds Pearson en Fisher was de zgn. 'parametrische toetsing' vrijwel geheel uitgediept en tot een handzame serie technieken uitgewerkt. Maar dat alles kon vrijwel uitsluitend betrekking hebben op numerieke gegevens, cijfers waarvan men een gemiddelde en een standaarddeviatie kon berekenen, de parameters van de normale verdeling.
In toenemende mate begon er behoefte te bestaan aan technieken die men met de term 'non-parametrische' toetsen is gaan aanduiden. Deze behoefte was een rechtstreeks gevolg van de grotere aandacht voor het meetniveau van de gegevens. Er was ook al eerder aandacht aan besteed, men denke bijvoorbeeld aan de rangcorrelatie van Spearman in het begin van de eeuw. In 1937 kwam Milton Friedman met een opzet voor variantie-analyse met rangordes (ordinale gegevens). Maar na W.O.II zien we plotseling, in een beperkt aantal jaren - tussen 1945 en 1952 - een woud van dit soort nieuwe technieken opbloeien op Amerikaanse bodem.
Frank Wilcoxon (1892-1965) opende de rij in 1945 met een toetsingsprocedure voor rangordes. Wilcoxon, wiens vader een dichter en natuurliefhebber was, scheen niet te zijn voorbestemd voor een geregeld leven. Hij liep weg van huis, had werk in de haven, bij een pompstation en als boomchirurg, maar eindigde die reeks op een militaire school in Pennsylvania. Ondanks conflicten slaagde hij daar voor het eindexamen in 1917 waarna hij in 1921 afstudeerde als scheikundige.
Voor Wilcoxon was statistiek een praktisch uitvloeisel van zijn werk als chemicus. Zijn meeste publicaties in wetenschappelijke tijdschriften handelen dan ook over chemische onderwerpen. Maar zijn blijvende waarde voor de statistiek lag in dat artikel uit 1945, waarin hij zijn rangorde-toetsen introduceerde, één voor de vergelijking van rangordes tussen twee onafhankelijke steekproeven en één voor twee afhankelijke of gepaarde steekproeven.

Het was of een dijk was doorgebroken; de ene na de andere non-parametrische toets zag het daglicht. Hier volgt het jaartallenlijstje, waarin we de ontwikkelde toetsen met hun gebruikelijke Engelse naam aanduiden[36]:

1945 Wilcoxon matched-pairs signed-ranks test.
1946 Sign Test (tekentoets) van Dixon en Mood.
1947 McNemar test for significance of changes.
Mann Whitney U-test.
1948 Rank Correlation Methods van M.G. Kendall.

1949 Walsh test.
1950 Cochran Q test.
1951 Kolmogorov-Smirnov two-sample test.
1952 Kruskal-Wallis one-way analysis of variance.

Weliswaar maakten deze technieken het mogelijk ook op ordinale gegevens statistische toetsingsprocedures toe te passen, het bleef een feit dat deze gegevens een 'zwakker' meetniveau vertegenwoordigden en zich aan allerlei, met name multi-variate, technieken bleven onttrekken.
Dit feit deed, ook weer in de VS, een heel nieuw bos van analyse-mogelijkheden ontstaan. Daarbij was het oogmerk ordinale gegevens toch een numeriek equivalent te bezorgen, zodat ze aan multi-dimensionele analyses konden worden onderworpen. Meestal wordt hierbij gesproken over 'non-metric mapping'. Men spreek ook wel over 'multi-dimensional scaling' (MDS), maar die term is eigenlijk wat misleidend is omdat ook analyses met normaal verdeelde numerieke gegevens (factor-analyse) daaronder kunnen vallen.

De oorsprong lag, evenals bij factoranalyse, bij de psychologen die in de loop der jaren een 'mathematische psychologie' ontwikkelden. Mannen als Fechner en Spearman golden daarvoor als de voorlopers. Een mijlpaal was ook het werk van *L.L.Thurstone*, die in 1927 een schaaltechniek ontwikkelde om de ernst van misdrijven in de ogen van het publiek te kunnen meten. Door alle mogelijke paren van (19) misdrijven door proefpersonen (studenten) te laten beoordelen, verkreeg hij een maat voor de overeenstemming dan wel het verschil, ook te zien als een afstand tussen misdrijven en construeerde hij na analyse schaalwaarden voor elk misdrijf. Enige uitkomsten waren (op een schaal van 0 tot 100): moord = 96, overspel = 65, inbraak = 46, smokkel = 33.
De eerste die voortbouwde op het werk van Thurstone was W.S.Torgerson die psychometrie beoefende aan de Princeton University. Zijn methode wordt thans veelal aangeduid als de 'klassieke, metrische meerdimensionele schaalmethode'.

Studies bij Bell TelephoneStudies bij Bell Telephone

Een geheel nieuwe ontwikkeling startte in de zestiger jaren in de Bell Telephone Laboratories, een broedplaats van talent waar vele nieuwe wetenschappelijke en technische ontwikkelingen de afgelopen halve eeuw geboren werden. Zo publiceerde hun ingenieur Cl.E. Shannon in 1948 een artikel in het tijdschrift van de Bell Company dat gezien kan worden als het begin van de Informatie Theorie, hoewel met goede redenen ook Fisher als grondlegger kan worden genoemd.

Daar lanceerde *Roger N.Shepard* in 1962 zijn 'analyse van nabijheden' (analysis of proximities), weldra gevolgd door zijn collega *Joseph B.Kruskal*, die voor de wiskundige en computerale aanpassingen zorgde. Hun computerprogramma kreeg de naam MDSCAL.
Enige jaren later kwamen van dezelfde groep *J.Douglas Carroll* en *J.-J.Chang* met het programma INDSCAL dat van een iets ander model uitging en meer recht deed wedervaren aan individuele verschillen.
Ongeveer in dezelfde tijd ontwikkelde de mathematische psycholoog *Clyde H.Coombs* aan de universiteit van Michigan zijn theorie over non-metric data, waarin hij de verschillende soorten ordinale gegevens op een rij zette en aangaf hoe elk zijn eigen analyse-methode vergde.

Hoofdstuk 19: De wereld wordt steeds groter:
multi-variate statistiek alom.

Het was een lange weg van de eenvoudige worp met twee dobbelstenen en de eerste registraties van mensen en eigendommen in cijfers, naar de statistiek aan het einde van de twintigste eeuw. Er is, vooral door de multi-variate analyses en de komst van de computer, vrijwel geen tak van wetenschap meer die geen statistische hulpmiddelen hanteert.

Sinds *Alan Mathieson Turing (1912-1954)* in 1936 de wiskundige theorie ervoor had geformuleerd en in de oorlog de Engelsen een elektronische code-breker met de naam Colossus hadden benut, begon in 1945 de opmars van de computer. Aanvankelijk waren het giganten met namen als reuzen: ENIAC aan de universiteit van Pennsylvania (1945) en EDVAC bij Princeton (1952), maar reeds in 1963 verscheen de eerste minicomputer op de markt. Met de komst van de eerste microprocessor in 1970 (de Intel 4004) werd de weg vrijgemaakt voor de personal computers, waarvan de eerste (de Altair 8800) in 1975 verscheen. Intussen hebben deze PC's dezelfde vermogens of nog meer als de illustere reuzen van weleer. Daarmee staat op het werkblad van elke wetenschapper een instrument dat middels in FORTRAN of andere computertalen geschreven statistische programma's (zoals SPSS - Statistical Package for the Social Sciences) voor allerlei problemen met vrucht kan worden ingezet. Het totale veld overzien en in kaart brengen gaat het bestek van dit boek te buiten. Maar enkele voorbeelden van die brede toepassing mogen deze geschiedenis van de statistiek afronden.

Een van de technieken die (naast multiple regressie en factoranalyse) voor multi-variate problemen werden ontwikkeld kreeg de naam 'cluster-analyse' of 'numerieke taxonomie'. De basis daarvan was gelegen in de opvattingen van de Franse bioloog *Michel Adanson (1727-1807)* die in zijn 'Famille des Plantes' (1763) een systeem ontwikkelde voor het indelen van alle planten in een Natuurlijk Systeem. Vanuit statistisch oogpunt is het verschil met bijv. factoranalyse dat deze laatste de afstanden tussen variabelen, gemeten aan objecten, analyseert en groepeert, terwijl de numerieke taxonomie de objecten, gemeten aan allerlei variabelen, analyseert en groepeert. Behalve in de biologie wordt de methode gebruikt in het marktonderzoek om zgn. doelgroepen van consumenten te formeren.

Een andere toepassing van statistische technieken vinden we in de archeologie. Een bekend terrein voor opgravingen is de La Tène begraafplaats in Munsingen-Rain bij Bern in Zwitserland. In zo'n 59 verschillende graven werden sieraden als spelden en armbanden gevonden, die tot velerlei discussies leidden. Met behulp van cluster-analyse werd een typologie van deze vondsten ontworpen, waarna de graven zelf konden worden ingedeeld op basis van een 'similarity matrix'.
De archeologie die zo zich ruimhartig bedient van statistische analysetechnieken heeft zich getooid met de naam New Archaeology.

Ook talen komen voor in families. Spaans en Frans zijn beide dochters van het Latijn. Deze taal vormt op zijn beurt met het Grieks en het Sanskrit een Indo-Europese taalfamilie. Het onderzoek naar dit soort relaties noemt men de 'lexicostatistiek'. Men vormt dan paren van woorden uit twee talen die dezelfde betekenis hebben en van een

gemeenschappelijke voorvader afstammen. In 1952 formuleerde de taalkundige *Morris Swadesh* de theorie dat, net als bij afnemende radioactiviteit, de veranderingen in woordbetekenissen het Poisson-model volgden. Maar talen erven niet alleen woorden van voorvaders, ze lenen die ook veelvuldig van buren. Multi-dimensional scaling is een nuttig instrument gebleken om de 'afstanden' tussen talen te analyseren.
In tal van landen zijn intussen zgn. taalbanken opgezet: in Frankrijk werden meer dan 70 miljoen woorden uit 19e en 20e eeuwse literaire teksten in de computer ingevoerd. Daarmee worden vele analyses mogelijk en kan bijvoorbeeld cijfermatig worden aangetoond dat Gustave Flaubert in de loop van de tijd steeds soberder ging schrijven, terwijl voor Pierre Corneille het omgekeerde geldt.

Nauw verbonden met de taalwetenschap is de semantiek. In 1957 publiceerde *Charles E.Osgood* zijn bekende studie over 'The Measurement of Meaning', waarin hij factoranalyse toepaste op de scores, die hij met een semantische differentiaal (welk van twee tegengestelde woorden past het beste?) had verzameld. Hij toonde daarmee aan dat allerlei onderscheiden woordbetekenissen uiteindelijk in drie groepen kunnen worden verdeeld: waardering (goed of slecht), kracht (sterk of zwak) en activiteit (snel of traag). In latere jaren is deze techniek met name overgenomen door marktonderzoekers om merkprofielen in de ogen van consumenten te analyseren.

Twee Schotse onderzoekers, de gereformeerde predikant Andrew Morton en professor Sydney Michaelson van de Universiteit van Edinburgh, hebben de afgelopen decennia een statistische methode ontworpen om het auteurschap van bijbelse teksten vast te stellen. Dit type onderzoek heeft een lange geschiedenis. Reeds in 1859 kwam Augustus de Morgan uit Londen met de gedachte dat de gemiddelde zinslengte typerend voor een auteur is en dat zo de 'echte' brieven van Paulus van de ondergeschoven teksten kunnen worden onderscheiden.
Intussen zijn ook geschriften van Shakespeare en Sir Walter Scott aan hun methode onderworpen.

Uit de kring van de sociale wetenschappen kwam de socioloog *Paul F.Lazarsfeld* naar voren met de door hem ontworpen techniek 'Latent Structure Analysis'.

In de economie gaven de statistische technieken het aanschijn aan een belangrijke nieuwe specialisatie: de econometrie. Hieraan is vooral de naam van *Jan Tinbergen (1903-   )* verbonden, van 1933 tot 1973 hoogleraar in Rotterdam. In 1939 verscheen van zijn hand 'Statistical testing of business-cycle theories'. Hij geniet internationale faam als deskundige op het gebied van de ontwikkelingssamenwerking en ontving in 1969, samen met R. Frisch, de eerste Nobelprijs voor economie.

De medische statistiek werd in de 20e eeuw een onmisbare en bloeiende tak van wetenschap. Gebaseerd op de natuurwetenschappelijke methode kregen experimentele testopzetten met controlegroepen een belangrijke rol te spelen, vooral bij het testen van nieuwe geneesmiddelen die in steeds grotere getale uit de pharmaceutische laboratoria rolden. Daarnaast kan bijv. discriminant-analyse helpen om op basis van meetbare waarnemingen bij een patient tot een snelle diagnose te komen. Toch kan juist in de medische wereld ook veel aarzeling worden bespeurd. Dit heeft te maken met het feit dat statistische uitspraken nog altijd tenderen naar de 'gemiddelde mens' van Quételet, terwijl een medicus altijd weer wordt geconfronteerd met de gecompliceerdheid van

het levend organisme en van de mens in het bijzonder: onverwachte reacties en gedrag dat meer uitzonderingen dan regels schijnt te kennen.
In een beschouwing over de geneeskunde na 1945 schreef dr F. Bijlsma:
"Wetenschappelijk gesproken zijn er dikwijls verbanden tussen feiten of verschijnselen vast te stellen die wel het karakter van een *statistisch* verband hebben maar daarom nog niet causaal *(oorzakelijk)* hoeven te zijn...Het is al te zeer vertrouwen op statistische correlaties (mathematisch aanwijsbare verbanden) kan tot lachwekkende conclusies leiden: bijv. door erop te wijzen dat in gebieden met een lage kindersterfte ook een groot aantal condoomautomaten voorkomt en zo te suggereren dat er een oorzakelijk verband tussen die twee bestaat. Beide verschijnselen komen immers onafhankelijk van elkaar voornamelijk in welvarende westerse landen voor. Bij een onjuist gebruik kan men 'alles' bewijzen. Deze moeilijkheid heeft eens een Engelstalig auteur de verzuchting ontlokt: "There are lies, damn lies, and statistics". Het is in sommige kringen een gevleugeld woord geworden."[37]

Deze relativerende opmerkingen over een hulpwetenschap, die in alle disciplines onmisbaar is geworden, maar daarmee niets van zijn grillig en onbuigzaam karakter heeft verloren, vormen het beste slotakkoord voor dit verhaal over de geschiedenis van de statistiek.

PERSONEN REGISTER

H.J.Störig, Geschiedenis van de wetenschap in Oudheid en Middeleeuwen, 193.

J.Huizinga, Homo Ludens, in: Verzamelde Werken deel V, p.76.

S.D.Poisson, Recherches sur la Probabilité des Jugements, 1837. eciteerd in D.J.Struik, p. 144.

Christiaen Huygens, De Ratiociniis in Ludo Aleae, pp 517-534 in Frans in Schooten, Exercitationum Mathematicarum, verschenen in Leiden bij ohannes Elsevier. De vertaling verscheen in 1659 bij Gerrit van oedesbergh in Amsterdam.

Edmund Halley, An estimate of the degrees of the mortality of mankind, awn from curious tables of the births and funerals at the city of eslaw; with an attempt tot ascertain the price of annuities upon lives. ilosophical Transactions of the Royal Society of London, 17:596-610 693).

Nathan Glazer, De opkomst van het sociaal-wetenschappelijk onderzoek in st-Europa, p. 61 in: De sociale wetenschappen, vanwaar en waarheen? Aula 3.

Geciteerd uit het deel over Overijssel, pag. 22

J.H.Plumb, England in the Eighteenth Century, p. 44.

R.Hooykaas, De natuurwetenschap in de eeuw der genootschappen,p. 163, : Natuurwetenschappen van Renaissance tot Darwin, 1981.

). Dr Richard Price, Observations on Reversionary Income, geciteerd in Marx, Het Kapitaal, deel I(VI-VII), p. 175 uitg. WB.

. John Arbuthnot, An argument for Divine Providence, taken from the nstant regularity observ'd in the birth of both sexes, in Philosophical ansactions of the Royal Society of London, 27: 186-190 (1710).

. Pierre Simon Laplace, Mémoire sur les probabilités, 1781, p. 458-466.

3. C.F.Gauss, Theoria Motus Corporum Coelestium Conicis Solum Ambientum, 309.

4. Geciteerd uit haar boek "Over de literatuur" in: Elisabeth Noelle, pinieonderzoek,p.12.

5. Oeuvres choisies de C.H.de Saint-Simon, Brussel 1859, deel II,p. 31.

6. A.Comte, Cours de philosophie positive, vol. 4, Paris 1839, herdruk 377, p. 366.

7. S.D.Poisson, Recherches sur la probabilité des jugements et en matiere ivil, précédés des regles généralés dus calcul des probabilités, Paris 337, p. 206.

3. A.A.Cournot, Exposition de la théorie des chances et des probabilités, aris, 1843.

). J.P.Süszmilch, Betrachtungen über die göttliche Ordnung in den eränderungen des menschlichen Geschlechts, aus der Geburt, dem Tode und er Fortpflanzung desselben erwiesen, 1741.

). Geciteerd in Brugmans, De arbeidende klasse in Nederland in de 19e euw, pag. 22

.. Keverberg in een appendix bij: Adolphe Quételet, Recherches sur la opulation, les naissances, les décés, les prisons, etc, 1827, p. 177.

2. A.Comte, Cours de Philosophie Positive, deel IV, p. 15 (4e druk) arijs 1877.

3. Quételet, 1835, deel 2, p. 276.

4. W.Lexis, Normalgruppe der Sterbefälle, 1877, p. 45

5. Geciteerd in "De sociale wetenschappen", Aulareeks 253, p.46.

6. Stephen M.Stigler, The history of statistics, 1986, p.302.

7. H.J.Eysenck, Sense and nonsense in psychologie, Penguin Books, ertaald als Prisma 645, p. 100.

3. Geciteerd in H.P.G.Quack, De Socialisten, deel VI p. 468

). Multatuli in Idee nr 452.

). Geciteerd in De Sociale Wetenschappen, ed. Daniel Lerner, Aula 253, 267.

.. Zie drs P.de Wolff, Bedrijfsstatistiek, Samsom z.j.

2. S.H.Hollingdale and G.C.Tootill, Electronic Computers, Pelican 1965,
49.

3. H.Hollerith, The electrical tabulating machine, 1894, p. 678.

4. C.E.Spearman, "General Intelligence" objectively determined and easured. American Journal of Psychology, 1904, 15, p. 201-292.

5. G.Heymans, Psychologie der Vrouwen, 1911, pag. 37.

6. Bron: Sidney Siegel, Non parametric statistics for the behavioral iences, 1956.

7. In Algemene Winkler Prins,deel 14, pag. 157.